

# QWorld パッケージ: ドキュメンテーション

新名亮太

[qworld-package@googlegroups.com](mailto:qworld-package@googlegroups.com)

v1.0.0

2025 年 3 月 31 日

## 概要

QWorld は, モノイダル圏の複雑な図式計算を効率的に描画するために設計された  $\text{\LaTeX}$  パッケージである. 特に, 図式的な推論が重要な役割を果たす圏論, 量子論, 及び関連分野における図式言語の組版を支援する.

## 目次

1	導入	2
2	基本的な使い方	2
2.1	基本要素	2
2.1.1	識別番号	3
2.1.2	バウンディングボックス	4
2.1.3	数式モード	8
2.2	インストール	9
2.3	基本的なカスタマイズ	10
2.3.1	ボックスのカスタマイズ	10
2.3.2	繰り返し	15
2.3.3	識別番号の表示	16
2.3.4	色	17
2.3.5	相対座標	19
2.3.6	絶対座標	20
2.3.7	ワイヤーのカスタマイズ	22
2.3.8	キャンバス	26
3	モノイダル圏と QWorld	28
3.1	特殊ボックス	32
3.1.1	0 入力	32
3.1.2	0 出力	32
3.1.3	0 入力 0 出力	33

3.2	モノイド対象	35
3.2.1	フロベニウス則	37
3.3	組紐	39
3.3.1	双代数	46
3.3.2	ホップ代数	47
3.3.3	平衡圏	48
3.3.4	自明な平衡圏, 対称モノイダル圏	49
3.4	双対性	50
3.4.1	転置ボックス	50
3.4.2	コピー禁止定理	53
3.5	ピボタル圏	61
3.5.1	トレース	63
3.6	ダガー	65
3.6.1	随伴ボックス	65
3.6.2	共役ボックス	66
4	素子一覧	67
	参考文献	68



## 1 導入


本稿は, QWorld パッケージのインストール方法から基本的な使い方, 応用例までを段階的に解説することを目的としている. QWorld は図式言語の組版に特化して設計された  $\text{\LaTeX}$  パッケージであり, モノイダル圏, フロベニウス構造, 組紐, ホップ代数, シンメトリー, 双対性, ピボタル構造, ダガーなどに関する図式言語を `TikZ` [1] で記述するための直感的なコマンドセットを提供する.



## 2 基本的な使い方

### 2.1 基本要素

QWorld パッケージの最も基本的なコマンドを以下に示す. これらは図式を描画するための基礎となる.

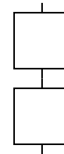
- `\q`: 図の素子を配置するためのキャンバス.
- `\qbox`: ボックス  の描画.
- `\qwiring`: ワイヤー  の描画.
- `\qcirc`: 合成.


これらのコマンドは, キャンバスである `\q{...}` 内に記述する. 例えば `\q{\qbox}` と記述すると, ボックス  が描画される.

 と  を合成するためには, `\qcirc` を使用する. これは数学における合成  $g \circ f$  (`\(g\circ f\)`) と似ている.

### 例 2.1

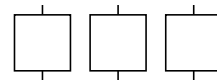
```
\q{ \qbox \qcirc \qbox }
```



また, `\qbox` を並置すると, 描画結果でもボックス  が横に並ぶ:

### 例 2.2

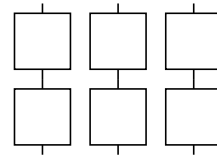
```
\q{ \qbox \qbox \qbox }
```



`\qcirc` を用いて複数のボックスを合成することも可能である:

### 例 2.3

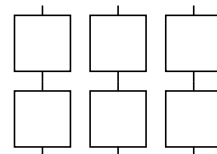
```
\q
{
  \qbox \qbox \qbox
  \qcirc
  \qbox \qbox \qbox
}
```



なお, `\n` は `\qcirc` と同義である:

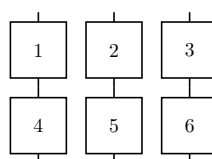
### 例 2.4

```
\q
{
  \qbox \qbox \qbox \n
  \qbox \qbox \qbox
}
```



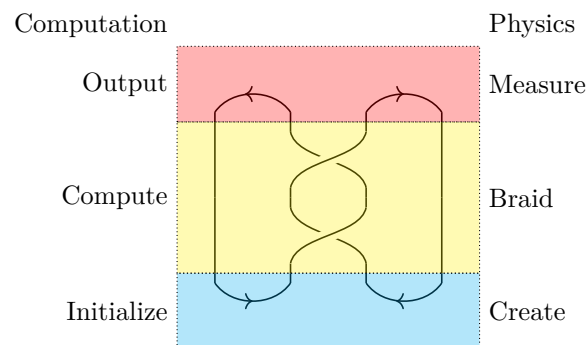
#### 2.1.1 識別番号

`\q{...}`内に配置された全てのコマンドには, 実行順に基づいて自動的に固有の識別番号が割り当てられる. 例えば, 先の例 2.4 では各`\qbox`に番号が振られる:



詳細は, 16 ページの 2.3.3 項を参照せよ.

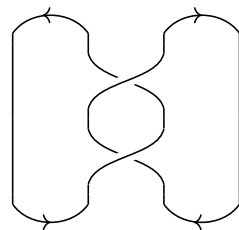
### 2.1.2 バウンディングボックス









次の例 2.5 をみよ:








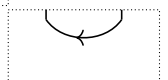
例 2.5

```
\q{
  \qcaprev \qcap      \n
  \qwire   \qbraid \qwire \n
  \qwire   \qbraid \qwire \n
  \qcup    \qcupprev
}
```



`\qcaprev` は  を, `\qcap` は  を, `\qwire` は  を, `\qbraid` は  を, `\qcup` は  を, `\qcupprev` は  を, 各々描画する. 全体として, コマンドの配置の通りに描画されていることが分かる.

各素子には, バウンディングボックスが付随する. 以下に例を示す:

-  のバウンディングボックスを可視化すると  .
-  のバウンディングボックスを可視化すると  .
-  のバウンディングボックスを可視化すると  .
-  のバウンディングボックスを可視化すると  .

バウンディングボックスを可視化するコマンドと, 可視化したバウンディングボックス近辺にテキストを置くコマンドは次の通りである:

- 可視化
  - `\qbb`: 特定の素子のバウンディングボックスを表示.
  - `\qbball`: 全ての素子のバウンディングボックスを一度に表示.
  - `\qBBall`: キャンバス全体を囲むバウンディングボックスを表示.

- テキストを置く
  - `\bbsymbol`: バウンディングボックスにテキストを配置.

`\qbb[<色>][<ID 列>]`

- 第一引数 (オプション): 色を指定. 未指定の場合は無色.
- 第二引数: 対象となる素子の識別番号のリストを指定し, それらを含むバウンディングボックスを表示.

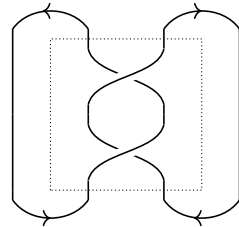
#### 例 2.6

```
\q{\qbox\qbb[1]}
```



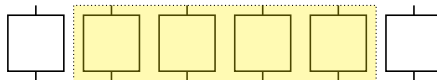
#### 例 2.7

```
\q{
  \qcaprev \qcap      \n
  \qwire   \qbraid \qwire \n
  \qwire   \qbraid \qwire \n
  \qcup     \qcupprev
  \qbb[4,7]
}
```



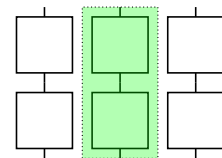
#### 例 2.8

```
\q{\qbox\qbox\qbox\qbox\qbox\qbox\qbb[yellow][2,...,5]}
```



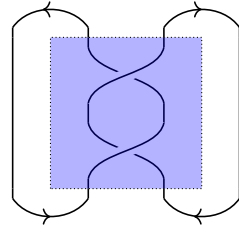
#### 例 2.9

```
\q
{
  \qbox\qbox\qbox\n
  \qbox\qbox\qbox
  \qbb[green][2,5]
}
```



### 例 2.10

```
\q{
  \qcaprev \qcap      \n
  \qwire   \qbraid \qwire \n
  \qwire   \qbraid \qwire \n
  \qcup     \qcuprev
  \qbb[blue][4,7]
}
```

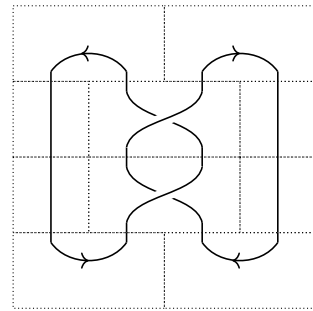


`\qbball[<色>]`

複数 (一個でも良いが) のバウンディングボックスを一度に可視化する.

### 例 2.11

```
\q{
  \qcaprev \qcap      \n
  \qwire   \qbraid \qwire \n
  \qwire   \qbraid \qwire \n
  \qcup     \qcuprev
  \qbball
}
```



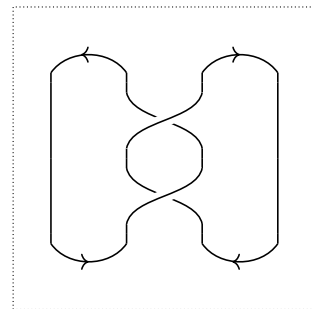
各素子のバウンディングボックスが重なることなく組み合っていることが判る. QWorld パッケージは, 図式描画に伴う細かく面倒な座標設定の多くを省略できる.

`\qBBall[<色>]`

キャンバス内の全素子を囲むバウンディングボックスを表示する.

### 例 2.12

```
\q{
  \qcaprev \qcap      \n
  \qwire   \qbraid \qwire \n
  \qwire   \qbraid \qwire \n
  \qcup     \qcuprev
  \qBBall
}
```



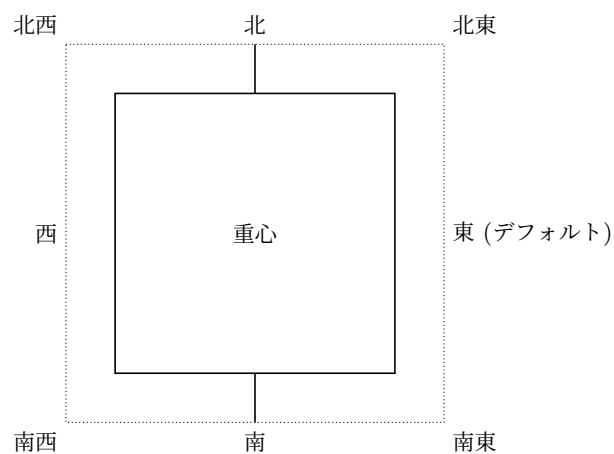
`\bbsymbol[<方角>]{<text>}[<オプション>]`

直前のバウンディングボックスにテキストを配置する.

- 第一引数 (オプション): N (北), S (南), E (東), W (西), NW (北西), NE (北東), SE (南東), SW (南西) のいずれかを指定. デフォルトは E.
- 第二引数: 配置するテキスト.
- 第三引数 (オプション): 位置調整 (例: above, below, left, right). デフォルトは right.

#### 例 2.13

```
\q[scale=5]{
  \qbox
  \qbb[1]
  \bbsymbol{東 (デフォルト)}
  \bbsymbol[W]{西}[left]
  \bbsymbol[N]{北}[above]
  \bbsymbol[S]{南}[below]
  \bbsymbol[NE]{北東}[above right]
  \bbsymbol[NW]{北西}[above left]
  \bbsymbol[SE]{南東}[below right]
  \bbsymbol[SW]{南西}[below left]
  \bbsymbol[C]{重心}[]
}
```



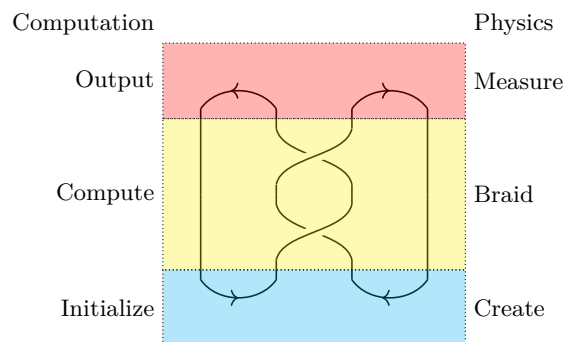
#### 例 2.14

```
\q
{
  \qcaprev \qcap \n
  \qwire \qbraid \qwire \n
  \qwire \qbraid \qwire \n
  \qcup \qcuprev
```

```

\qbb[red][1,2]
  \bbsymbol{Measure}
  \bbsymbol[W]{Output}[left]
  \bbsymbol[NW]{Computation}[above left]
  \bbsymbol[NE]{Physics}[above right]
\qbb[yellow][3,5,6,8]
  \bbsymbol{Braid}
  \bbsymbol[W]{Compute}[left]
\qbb[cyan][9,10]
  \bbsymbol{Create}
  \bbsymbol[W]{Initialize}[left]
}

```



### 2.1.3 数式モード

図式言語を含んだ数式を記述する場合は, 数式モードを使用する.

#### 例 2.15

```

\[
  \operatorname{Tr}\left(\mathrm{q}\{\mathrm{qbraid}\mathrm{qcirc}\mathrm{qbraid}\}\right)
  =\mathrm{q}\{
    \mathrm{qcap} \quad \mathrm{qcap} \quad \backslash\mathrm{n}
    \mathrm{qwiring} \quad \mathrm{qbraidinv} \quad \mathrm{qwiring} \quad \backslash\mathrm{n}
    \mathrm{qwiring} \quad \mathrm{qbraidinv} \quad \mathrm{qwiring} \quad \backslash\mathrm{n}
    \mathrm{qcupprev} \quad \mathrm{qcupprev}
  \}
\]

```



$$\text{Tr} \left( \begin{array}{c} \text{diagram of two crossing lines} \end{array} \right) = \begin{array}{c} \text{diagram of two crossing lines with arrows} \end{array}$$

## 2.2 インストール

QWorld パッケージのスタイルファイル `qworld.sty` は CTAN からダウンロード可能である。T<sub>E</sub>X のパッケージディレクトリに配置し、プリアンブルに以下を記述することで使用可能となる:

```
\usepackage{qworld}
```

依存パッケージは以下の通りである:

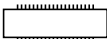
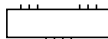
- TikZ
  - cd
  - positioning
  - arrows
  - arrows.meta
  - calc
  - intersections
  - shapes.symbols
  - shapes.geometric
  - shapes.misc
  - decorations.pathreplacing
  - decorations.markings
  - decorations.pathmorphing
- pgffor
- ifthen
- xparse
- xfp



これらのパッケージは T<sub>E</sub>X Live ディストリビューションに標準で含まれており, 特別な手間をかける必要はない。

## 2.3 基本的なカスタマイズ

本節では, QWorld のコマンドをカスタマイズする方法を解説する.

### 2.3.1 ボックスのカスタマイズ

キーを使い, ボックスの経線の数や配置を調整できる. 例えば  や  などを描画可能である. これらのキーはワイヤー以外の多くの素子にも適用可能である. 主要なキーは以下の通り:

- **n**
  - ボックス  の北縁において経線  を生やすことができる点 (このような点を **n** 端子と呼ぶこととする) の数.
  - 例えば  $n = 3$  とすれば, ボックスの北縁に 3 点等間隔に打つことができる.
  - デフォルト値は  $n = 1$ .
  - **n** 端子を最北端まで垂直移動させた点を **N** 端子と呼ぶ.
  - **n** 端子及び **N** 端子は西 (左) から順に 1, 2, ... と添え字付けられる.
  - $i$  番目の **n** 端子に経線を生やすとは,  $i$  番目の **n** 端子と  $i$  番目の **N** 端子を線分で結ぶことをいう.
- **N**
  - 経線を実際に生やす **n** 端子の添え字の集合.
  - 例えば  $n = 3$  とした上で  $N = \{2\}$  とすれば, 3 点のうち 2 番目の **n** 端子に経線を生やすことができる.
  - **n** が未指定で, **N** が指定されているときは, 自動で  $n := \max N$  となる.
  - **N** が未指定で, **n** が指定されているときは, 自動で  $N := \{1, \dots, n\}$  となる.
  - **n** 端子から実際に生えた経線の最北端を出力点, あるいは 0 端子と呼ぶこととする.
- **s**
  - ボックスの南縁において経線を生やすことができる点 (このような点を **s** 端子と呼ぶこととする) の数.
  - 例えば  $s = 4$  とすれば, ボックスの南縁に 4 点等間隔に打つことができる.
  - デフォルト値は  $s = 1$ .
  - **s** 端子を最南端まで垂直移動させた点を **S** 端子と呼ぶ.
  - **s** 端子及び **S** 端子は西 (左) から順に 1, 2, ... と添え字付けられる.
  - $i$  番目の **s** 端子に経線を生やすとは,  $i$  番目の **s** 端子と  $i$  番目の **S** 端子を線分で結ぶことをいう.
- **S**
  - 経線を実際に生やす **s** 端子の添え字の集合.
  - 例えば  $s = 4$  とした上で  $S = \{1, 4\}$  とすれば, 4 点のうち 1 番目と 4 番目の点に経線を生やすことができる.
  - **s** が未指定で, **S** が指定されているときは, 自動で  $s := \max S$  となる.
  - **S** が未指定で, **s** が指定されているときは, 自動で  $S := \{1, \dots, s\}$  となる.
  - **s** 端子から実際に生えた経線の最南端を入力点, あるいは **I** 端子と呼ぶこととする.
- **hlen**

- 水平方向のバウンディングボックスの長さ.
- 例えば `hlen = 2` とすれば, 水平方向のバウンディングボックスの長さが 2 となる.
- 唯一つの例外を除いて, 最西端の経線とバウンディングボックスの境界線との距離, 最東端の経線とバウンディングボックスの境界線との距離はともに 0.5 である.
- `hlen` が未指定であるとき, `n` 端子及び `s` 端子は, 間隔を 1 に保って並べられる.
- `hlen` が指定されているとき, `n` 端子及び `s` 端子は, 長さ `hlen - 1` の区間を等間隔に並べられる. このときの種の間隔は `hlen` 及び種の数に依存する.
  - \* 種の数 が 1 つであるときは, 区間の中心に置かれる. このとき, `hlen > 1` であるならば, 最西端の経線とバウンディングボックスの境界線との距離, 及び最東端の経線とバウンディングボックスの境界線との距離はともに  $\frac{hlen}{2} > 0.5$  である.
- `vlen`
  - 垂直方向のバウンディングボックスの長さ (高さ).
  - デフォルト値は `vlen = 1`.
- `id`
  - ボックスの識別子.
  - 例えば `id = ID` とすれば, ここまで登場した様々な点に次のような名前が自動的に付けられる:
    - \* (西から数えて)  $i$  番目の `n` 端子: (`n-i-ID`)
    - \*  $i$  番目の `s` 端子: (`s-i-ID`)
    - \*  $i$  番目の `n` 端子をボックスの北縁へ垂直移動させた点: (`N-i-ID`)
    - \*  $i$  番目の `s` 端子をボックスの南縁へ垂直移動させた点: (`S-i-ID`)
    - \* バウンディングボックスの最北西端: (`NW-ID`)
    - \* バウンディングボックスの最北東端: (`NE-ID`)
    - \* バウンディングボックスの最南西端: (`SW-ID`)
    - \* バウンディングボックスの最南東端: (`SE-ID`)
    - \* バウンディングボックスの最北端: (`N-ID`)
    - \* バウンディングボックスの最南端: (`S-ID`)
    - \* バウンディングボックスの最西端: (`W-ID`)
    - \* バウンディングボックスの最東端: (`E-ID`)
    - \* バウンディングボックスの重心: (`C-ID`)
    - \* ボックスの最北西端: (`nw-ID`)
    - \* ボックスの最北東端: (`ne-ID`)
    - \* ボックスの最南西端: (`sw-ID`)
    - \* ボックスの最南東端: (`se-ID`)
    - \* ボックスの最北端: (`n-ID`)
    - \* ボックスの最南端: (`s-ID`)
    - \* ボックスの最西端: (`w-ID`)
    - \* ボックスの最東端: (`e-ID`)
    - \*  $i$  番目の出力点: (`O-i-ID`)
    - \*  $i$  番目の入力点: (`I-i-ID`)
  - 指定の有無にかかわらず, `\qf{...}`内に置かれた各コマンドには識別番号が振られている. 各々 `ID`

部分をその番号に置き換えても同じ点を表す. 詳細は 2.3.3 項を確認されたい.

- $p, P$ 
  - 正整数  $k$  に対して,  $p = k$  は  $n = k, s = k$  を意味する.
  - 正整数の有限集合  $K$  に対して,  $P = K$  は  $N = K, S = K$  を意味する.
- `name`
  - `name = < text >` により, ボックスの重心に `< text >` が置かれる.

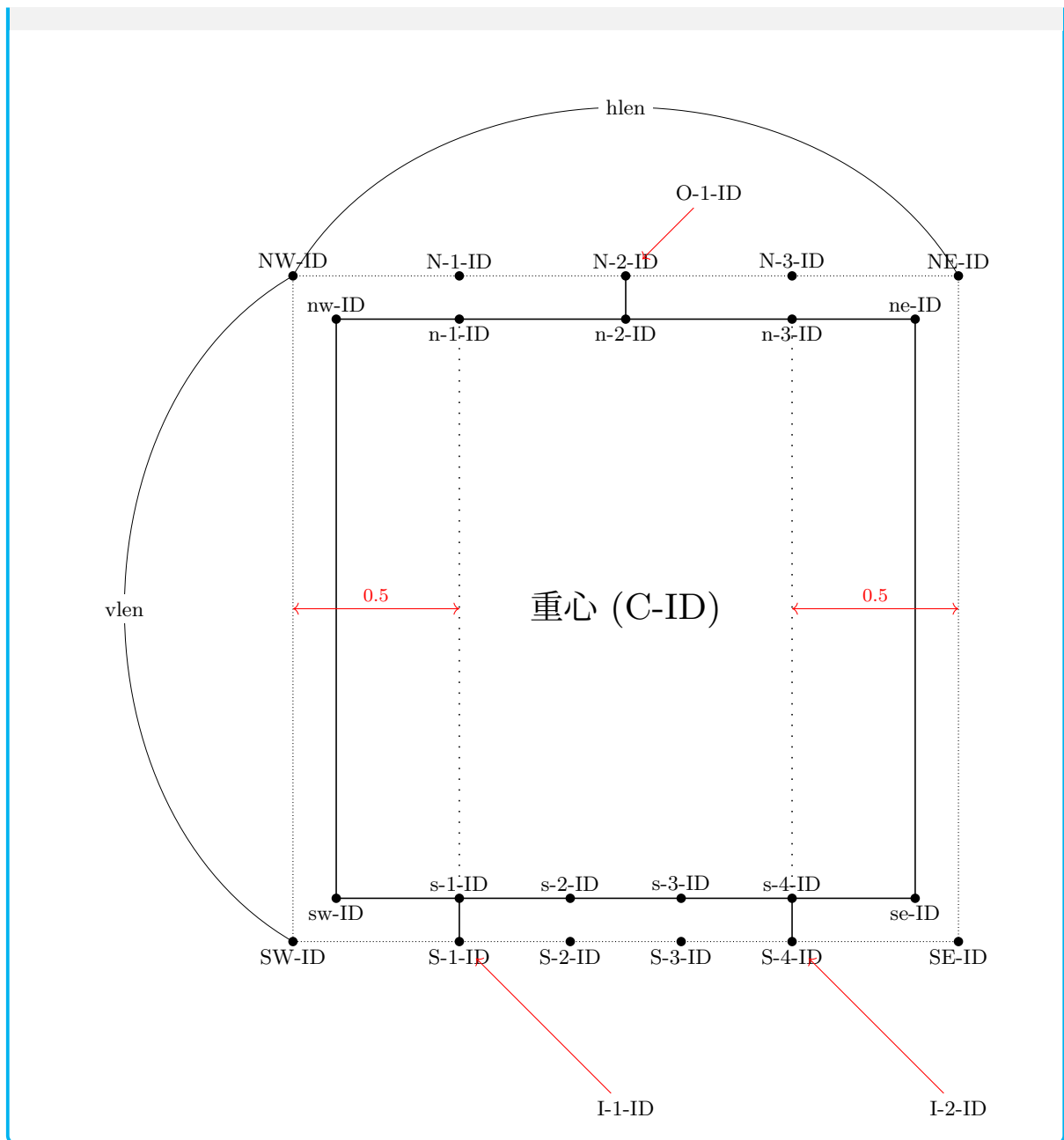
#### 例 2.16

```
\def\pradius{0.4pt}
\q[scale=5]
{
  \qbox
  [
    n=3,N={2},
    s=4,S={1,4},
    hlen=2,
    vlen=2,
    id={ID},
    name={重心 (C-ID)}
  ]\n
  \qbb[ID]
  \node [above] at (NE-ID) {NE-ID};
  \node [above] at (NW-ID) {NW-ID};
  \node [below] at (SE-ID) {SE-ID};
  \node [below] at (SW-ID) {SW-ID};
  \fill (NE-ID) circle (\pradius);
  \fill (NW-ID) circle (\pradius);
  \fill (SE-ID) circle (\pradius);
  \fill (SW-ID) circle (\pradius);
  \node [above] at (ne-ID) {ne-ID};
  \node [above] at (nw-ID) {nw-ID};
  \node [below] at (se-ID) {se-ID};
  \node [below] at (sw-ID) {sw-ID};
  \fill (ne-ID) circle (\pradius);
  \fill (nw-ID) circle (\pradius);
  \fill (se-ID) circle (\pradius);
  \fill (sw-ID) circle (\pradius);
  \foreach\i in {1,...,3}
  {
    \symboln[\i]{ID}{n-\i-ID}[below]
    \fill (n-\i-ID) circle (\pradius);
    \symbolN[\i]{ID}{N-\i-ID}
    \fill (N-\i-ID) circle (\pradius);
  }
  \foreach\i in {1,...,4}
  {
```

```

\symbols[\i]{ID}{s-\i-ID}[above]
\fill (s-\i-ID) circle (\pradius);
\symbolS[\i]{ID}{S-\i-ID}[below]
\fill (S-\i-ID) circle (\pradius);
}
\draw[line width=0.2pt] (NW-ID)
  to [bend left=60] node [fill=white, midway] {hlen} (NE-ID);
\draw[line width=0.2pt] (NW-ID)
  to [bend right=60] node [fill=white, midway] {vlen} (SW-ID);
\draw [red, <->] (C-ID -| W-ID)
  -- node [midway, auto, font=\footnotesize] {0.5} (C-ID -| S-1-ID);
\draw [red, <->] (C-ID -| S-4-ID)
  -- node [midway, auto, font=\footnotesize] {0.5} (C-ID -| E-ID);
\qwire[arrowtype={loosely dotted}, dom={s-1-ID}, cod={n-1-ID}]
\qwire[arrowtype={loosely dotted}, dom={s-4-ID}, cod={n-3-ID}]
\node (O1prime) at ([shift={(0.25,0.25)}]O-1-ID){O-1-ID};
\draw[->,red] (O1prime) to ([shift={(0.05,0.05)}]O-1-ID);
\node (I1prime) at ([shift={(0.5,-0.5)}]I-1-ID){I-1-ID};
\node (I2prime) at ([shift={(0.5,-0.5)}]I-2-ID){I-2-ID};
\draw[->,red] (I1prime) to ([shift={(0.05,-0.05)}]I-1-ID);
\draw[->,red] (I2prime) to ([shift={(0.05,-0.05)}]I-2-ID);
}

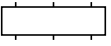
```



`\qwire` の `arrowtype` キーと `dom`, `cod` キーは 22 ページの 2.3.7 項にて説明する.

#### ■ラベル (`\symbol`)

`\symbolI[<番号>]{<ID>}{<label>}[<オプション>]`

例えば, `\symbolI[2]{ID}{text}[below right]` により, `\q{\qbox[p=3, id=ID]}` (  ) の 2 番目の入力点 (I-2-ID) の右下に “text” が置かれる. 番号とオプションの指定のないときは, デフォルト値 1, below が各々適用される. 他にもラベル表示コマンドとして,

`\symbolS[<番号>]{<ID>}{<label>}[<オプション>]`

`\symbols[<番号>]{<ID>}{<label>}[<オプション>]`

`\symbol0[<番号>]{<ID>}{<label>}[<オプション>]`

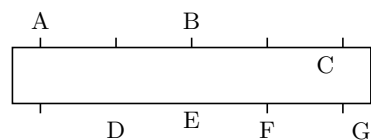
`\symbolN[<番号>]{<ID>}{<label>}[<オプション>]`

`\symboln[<番号>]{<ID>}{<label>}[<オプション>]`

がある。 `\symbolS`, `\symbols` はそれぞれ点 (S-*i*-ID), (s-*i*-ID) に<label>を置く。番号のデフォルト値は 1, オプションのデフォルト値は below である。 `\symbol0`, `\symbolN`, `\symboln` はそれぞれ点 (O-*i*-ID), (N-*i*-ID), (n-*i*-ID) に<label>を置く。番号のデフォルト値は 1, オプションのデフォルト値は above である。

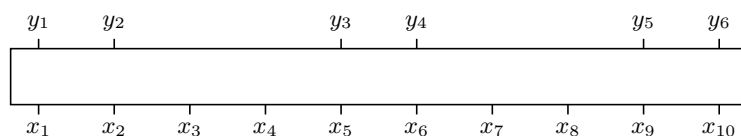
#### 例 2.17

```
\q{
  \qbox[p=5, S={1,4,5}, id=ID]
  \symbol0{ID}{A}
  \symbolN[3]{ID}{B}
  \symboln[5]{ID}{C}[below left]
  \symbolS[2]{ID}{D}
  \symbols[3]{ID}{E}
  \symbolI[2]{ID}{F}
  \symbolI[3]{ID}{G}[below right]
}
```



#### 例 2.18

```
\q{
  \qbox[p=10, N={1,2,5,6,9,10}, id=ID]
  \foreach\i in {1,...,10}
  {
    \symbolI[\i]{1}{\(\x_{\i}\)}
  }
  \foreach\j in {1,...,6}
  {
    \symbol0[\j]{1}{\(\y_{\j}\)}
  }
}
```



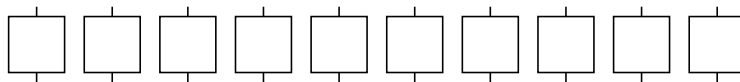
### 2.3.2 繰り返し

`\qloop[<回数>]{<コマンド>}`

`\qloop` コマンドを用いれば, 指定した回数だけコマンドを繰り返せる:

**例 2.19**

```
\q{ \qloop[10]{\qbox} }
```



`\qloop` コマンドは`\q` 外でも使用可能である:

**例 2.20**

```
\qloop[30]{僕ボブ}
```

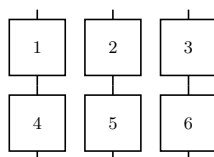
僕ボブ 僕ボブ 僕ボブ 僕ボブ 僕ボブ  
僕ボブ 僕ボブ 僕ボブ 僕ボブ 僕ボブ  
僕ボブ 僕ボブ 僕ボブ 僕ボブ 僕ボブ  
僕ボブ 僕ボブ 僕ボブ 僕ボブ 僕ボブ  
僕ボブ 僕ボブ 僕ボブ 僕ボブ 僕ボブ  
僕ボブ 僕ボブ 僕ボブ 僕ボブ 僕ボブ

### 2.3.3 識別番号の表示

`\q{...}` 内のコマンドには自動的に識別番号が付与される. `show id = {true}` を指定すると, それらが表示される.

**例 2.21**

```
\q{  
  \qbox[show id={true}] \qbox[show id={true}] \qbox[show id={true}]\n  
  \qbox[show id={true}] \qbox[show id={true}] \qbox[show id={true}]  
}
```



**例 2.22**

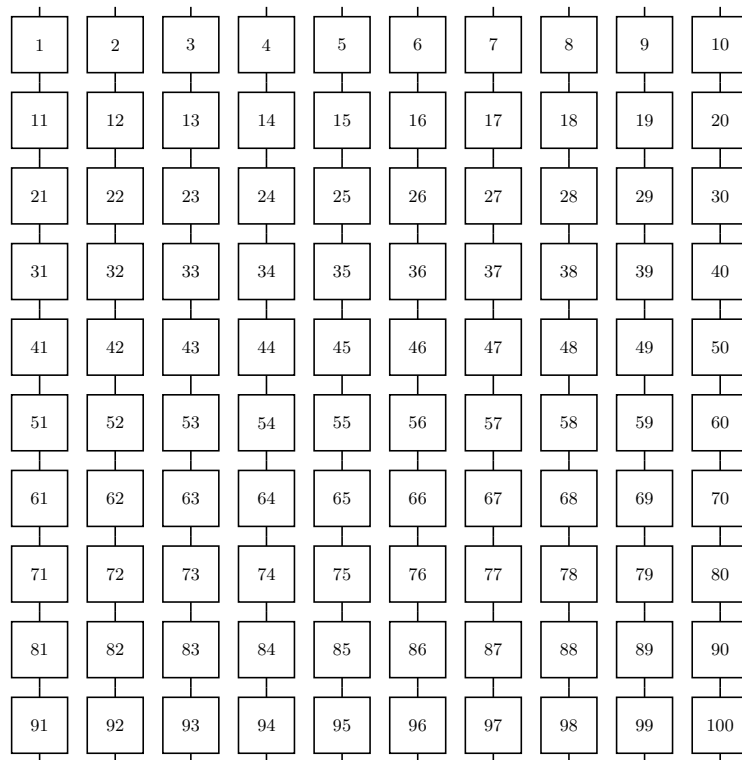
```
\q  
{  
  \qloop[10]  
  {  
    \qloop[10]  
    {  
      \qbox[show id={true}]
```



```

    }\n
  }\n
}

```



### 2.3.4 色

ボックスに色を指定できる:

- `color`
  - ボックス内部の色, 例えば `color = green` により
- `frame color`
  - ボックスの枠の色, 例えば `frame color = cyan` により
- `morphism color`
  - ボックス内の射の色, 例えば `morphism colon = red` により

#### 例 2.23

```

\q
{
  \qbox
  [
    name={\langle f \rangle},

```

```

    color=green,
    frame color=cyan,
    morphism color=red
  ]
}

```



■N, S, 等差数列 QWorld は pgffor パッケージをロードしているため, リストに対して... を用いた省略記法が使用できる:

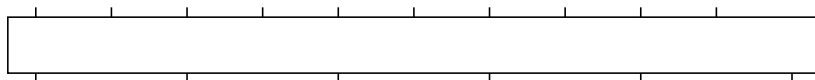
- 1,...,10: 公差 1 の等差数列
- 1,3,...,11: 最初の二項に基づいた公差の等差数列

#### 例 2.24

```

\q{
  \qbox[N={1,...,10}, S={1,3,...,11}]
}

```

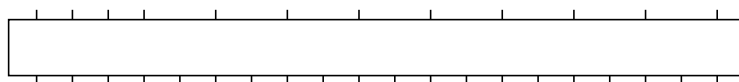


#### 例 2.25

```

\q{
  \qbox[N={1,...,4,6,8,...,20}, S={1,...,20}, hlen=10]
}

```

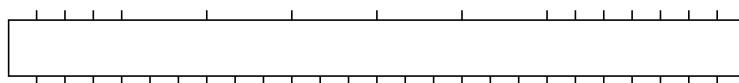


#### 例 2.26

```

\q{
  \qbox[N={1,...,4,7,10,...,19,20,21,...,25}, S={1,...,25}, hlen=10]
}

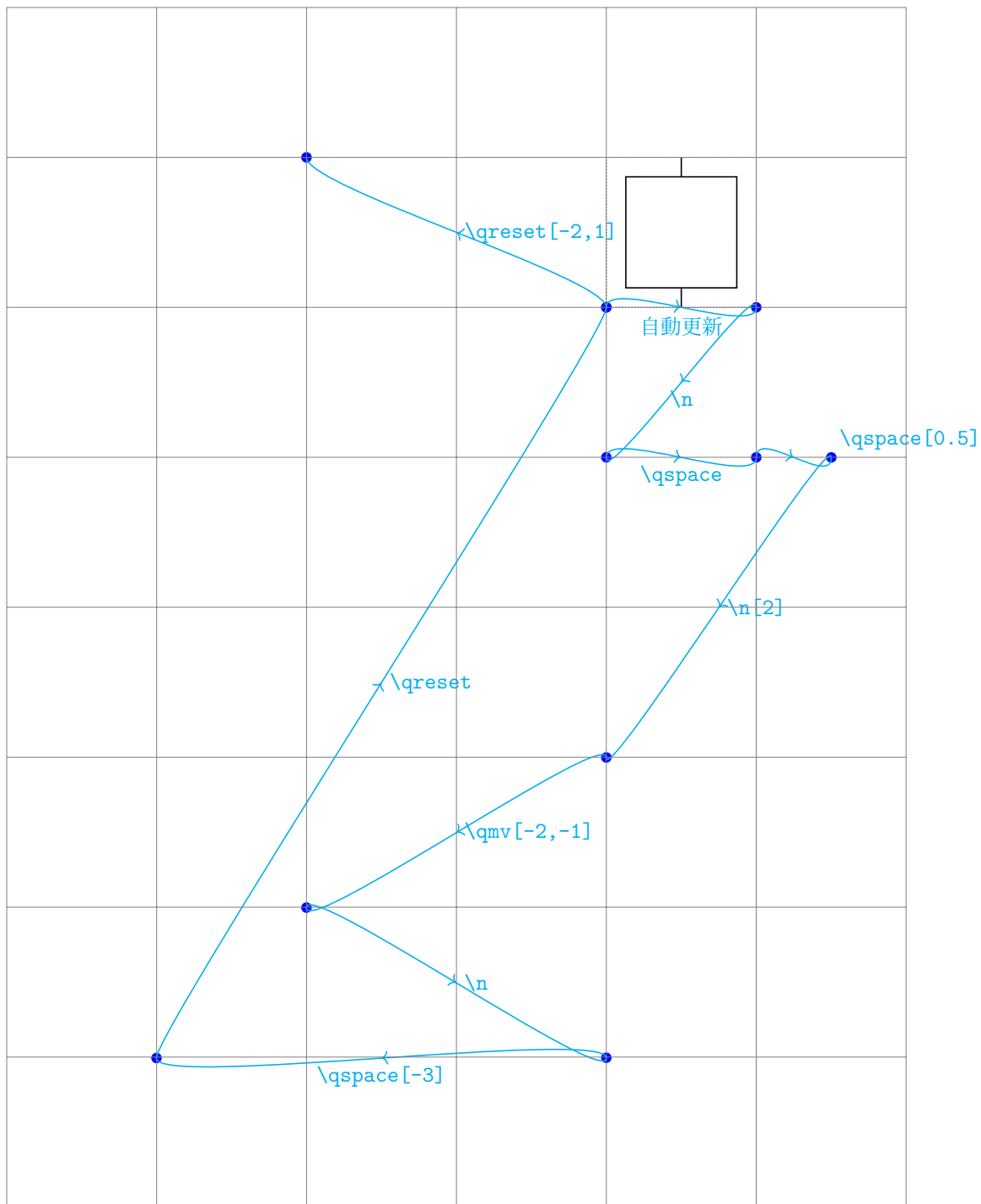
```



### 2.3.5 相対座標

素子の位置座標を相対的に指定するコマンドである。なお,  $x, y$  は整数である必要はなく,  $2^{1.5}$  や  $\cos(\pi)$ ,  $\sqrt{2}$  などの`\fpeval` の評価可能式であればよい。

- `\qmv[x,y]`
  - $(x, y)$  だけ並行移動する。
  - デフォルトで  $x = y = 0$ 。
- `\n[y]`
  - $y$  だけ垂直降下し ( $Y \mapsto Y - y$ ),  $X$  座標を 0 にする。
  - デフォルトで  $y = 1$  であり, 改行のような挙動をみせる。
- `\qspace[x]`
  - $x$  だけ水平移動する。
  - デフォルトで  $x = 1$  であり, スペースキーのような挙動をみせる。
  - `\qmv[x,0]` と同義であるである。
- `\qreset[x,y]`
  - 点  $(x,y)$  に移動する。

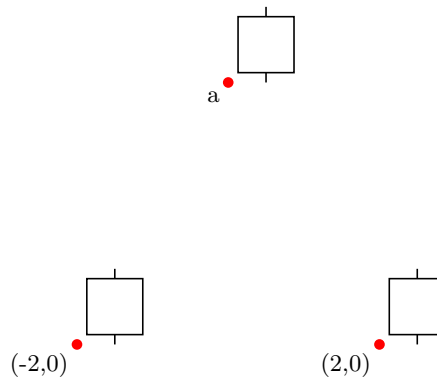


### 2.3.6 絶対座標

at キーを用いれば, 絶対座標で位置を指定できる.  $\backslash\text{q}\{\backslash\text{qbox}[\text{at}=\{2,3\}]\}$ は $\backslash\text{q}\{\backslash\text{qreset}[2,3]\backslash\text{qbox}\}$ と同義である.

### 例 2.27 絶対座標

```
\q{
  \coordinate (a) at (0,{\fpeval{2*sqrt(3)}});
  \qbox[at=a]
  \qbox[at={-2,0}]
  \qbox[at={2,0}]
  \fill[red] (a) circle (2pt);
  \fill[red] (-2,0) circle (2pt);
  \fill[red] (2,0) circle (2pt);
  \node[below left] at (a) {a};
  \node[below left] at (-2,0) {(-2,0)};
  \node[below left] at (2,0) {(2,0)};
}
```



$\text{T}_\text{E}\text{X}$  言語はチューリング完全である<sup>\*1</sup>。すなわち、この世に存在するあらゆるアルゴリズムは  $\text{T}_\text{E}\text{X}$  で記述可能である。物理シミュレーション (天気予報や化学反応予測)、経済シミュレーション (投資戦略)、さらには人工知能の学習アルゴリズム (画像認識や自然言語処理) ——。

どれも  $\text{T}_\text{E}\text{X}$  で実装できる。

しかし、それを実際にやろうと思う人間は果たしてどれほどいるだろうか？ 筆者はソートアルゴリズムですら  $\text{T}_\text{E}\text{X}$  で書きたくない。それは表計算ソフトでスーパーマリオを作るようなものだからである。

——ところが、である。

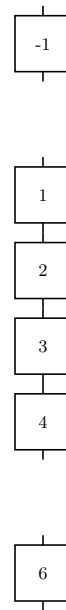
筆者は“天啓”を受けた<sup>\*2</sup>。そして `at` キーを用いたソートアルゴリズムを作り上げた。

<sup>\*1</sup> 例えば、チューリングマシンをシミュレートできることが LiteratePrograms の例で示されてる [4]。また、Overleaf の記事では、 $\text{T}_\text{E}\text{X}$  を用いたフィボナッチ数列の計算方法が紹介されており、そのチューリング完全性の実用性が理解できる [5]。

<sup>\*2</sup> 元ネタ: 2011 年 1 月 20 日、匿名掲示板 4chan において“Sleep Sort”というソートアルゴリズムが公開された [2, 3]。このアルゴリズムは Bash スクリプトを用いて各入力値をスレッドとして非同期に実行し、それぞれのスレッドの終了タイミング (指定された“スリープ”時間) を用いてリストをソートする手法である。

### 例 2.28

```
\newcommand{\AtSort}[1][1]{
  \q
  {
    \foreach \i in {#1}
    {
      \qbox[name={\i}, at={0, -\i}]\n
    }
  }
}
\AtSort[4,1,3,-1,6,2]
```




動く．確かに動く．

だが，一つ問題がある．

リストの要素に絶対値の大きな値が含まれていると，出力が紙面からはみ出してしまうのである．

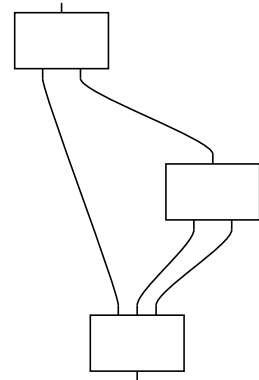
## 2.3.7 ワイヤーのカスタマイズ


2.3.1 項で登場したボックス  のキーの中で，`id`，`vlen` はワイヤーでも有効である．ワイヤー特有のキーとして，基本的なものは次の通りである：

- `dom`: 入力点.
- `cod`: 出力点.
  - デフォルト値は `dom` を 1 だけ北へ垂直移動した位置.
- `label`: ワイヤーにラベルを付ける.
- `label at`: ラベルのワイヤー上の位置.
  - デフォルトで `midway`.
- `label side`: ラベルとワイヤーの位置関係.
  - デフォルトで `right`.

### 例 2.29

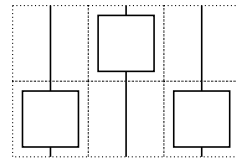
```
\q{
  \qbox[n=3,hlen=1.5]
  \qbox[at={1,2}, s=2, hlen=1.5]
  \qbox[at={-1,4}, s=2, hlen=1.5]
  \qwire[dom={N-1-1}, cod={S-1-3}]
  \qwire[dom={N-2-1}, cod={S-1-2}]
  \qwire[dom={N-3-1}, cod={S-2-2}]
  \qwire[dom={N-1-2}, cod={S-2-3}]
}
```





ワイヤー | のバウンディングボックスは、 と同じである:

### 例 2.30

```
\q
{
  \qwire\qbox\qwire\n
  \qbox\qwire\qbox
  \qball
}
```

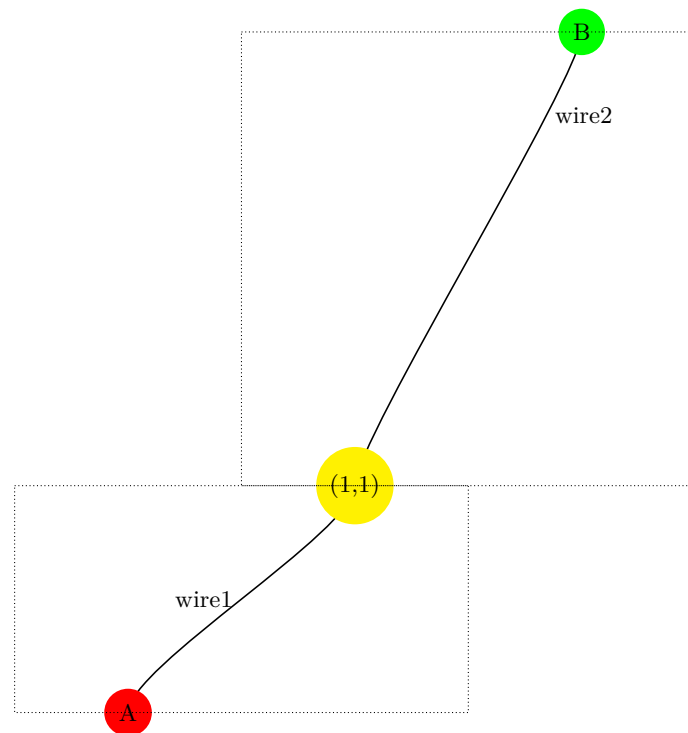


ワイヤーのバウンディングボックスは、dom を入力点、cod を出力点とするようなボックスのそれと一致する:

- | と 
- / と 

### 例 2.31

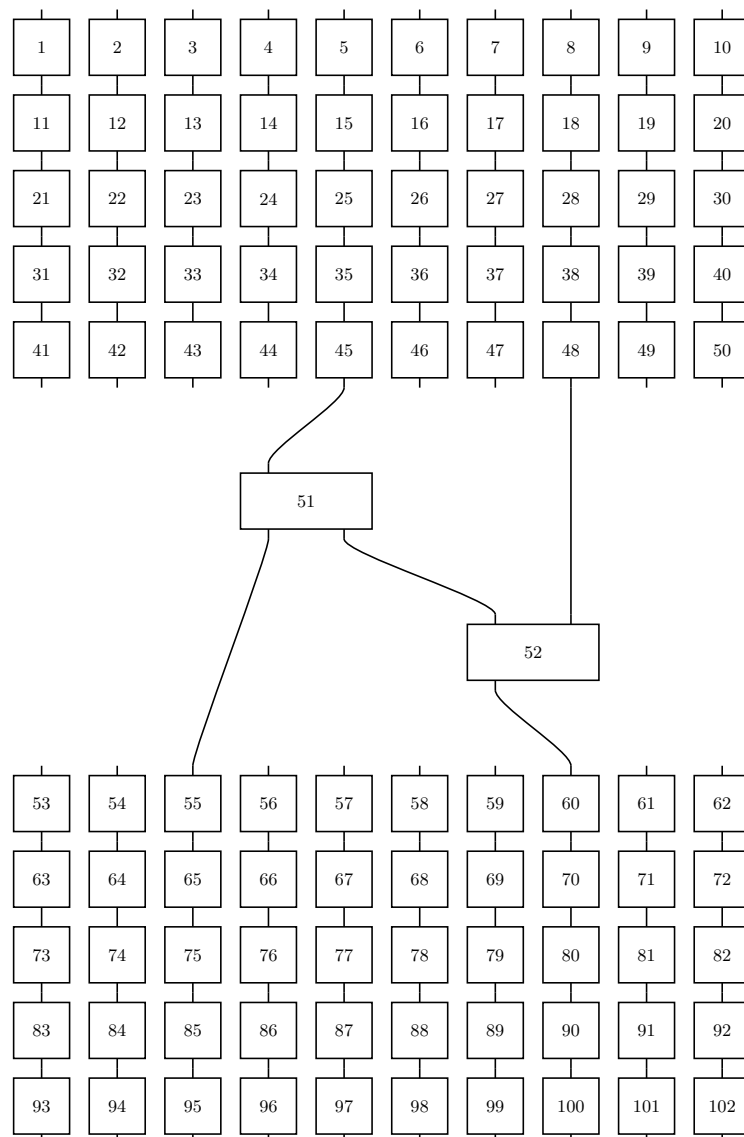
```
\q[scale=3]{
  \coordinate (A) at (0,0);
  \coordinate (B) at (2,3);
  \qwire[dom=A, cod={1,1}, label={wire1}, label side={left}]
  \qwire[dom={1,1}, cod=B, label={wire2}, label at={near end}]
  \node[fill=red, circle] at (A) {A};
  \node[fill=green, circle] at (B) {B};
  \node[fill=yellow, circle] at (1,1) {(1,1)};
  \qball
}
```



例 2.32

```
\qf
\qloop[5]{
  \qloop[10]{
    \qbox[show id={true}]
  }\n
}\n
\qspace[3]\qbox[s=2,show id={true},id={ego1}]\n\n
\qspace[6]\qbox[n=2,show id={true},id={ego2}]\n\n
\qloop[5]{
  \qloop[10]{
    \qbox[show id={true}]
  }\n
}
\qwire[dom={0-1-55},cod={I-1-51}]
\qwire[dom={0-1-60},cod={I-1-52}]
\qwire[dom={0-1-51},cod={I-1-45}]
\qwire[dom={0-1-52},cod={I-2-51}]
\qwire[dom={0-2-52},cod={I-1-48}]
}
```





■**arrowtype** ワイヤーのスタイルは, **arrowtype** キーを用いて指定する.

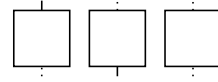
### 例 2.33

```
\q{
  \qwire[arrowtype=dotted]
  \qwire[arrowtype=dashed]
  \qwire[arrowtype={dash dot}]
  \qwire[arrowtype={dash dot dot}]
  \qwire[arrowtype={densely dotted}]
  \qwire[arrowtype={loosely dotted}]
}
```



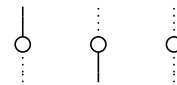
### 例 2.34

```
\q{
  \qbox[dom arrowtype={dotted}]
  \qbox[cod arrowtype={dotted}]
  \qbox[arrowtype={dotted}]
}
```



### 例 2.35

```
\q{
  \qspider[dom arrowtype={dotted}]
  \qspider[cod arrowtype={dotted}]
  \qspider[arrowtype={dotted}]
}
```



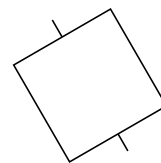
### 2.3.8 キャンバス

```
\q[オプション]
{
  コマンド
  コマンド
  ...
}
```

キャンバスのオプションで図式全体を変換できる.

### 例 2.36

```
\q[scale=2,rotate=30]{\qbox}
```



キャンバスを傾けることもできる.

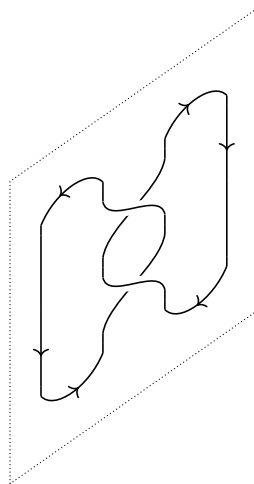
### 例 2.37

```
\def\anglerot{-55}
\tikzset
{
  my slant style/.style={
    yslant=-cot(\anglerot),
    xscale=sin(-\anglerot)
  }
}
```

```

}
\q[my slant style]
{
  \qcaprev\qcap\n
  \qwire\qbraidinv\qwiredown\n
  \qwiredown\qbraidinv\qwire\n
  \qcup\qcuprev
  \qBBall
}

```



### 例 2.38

```

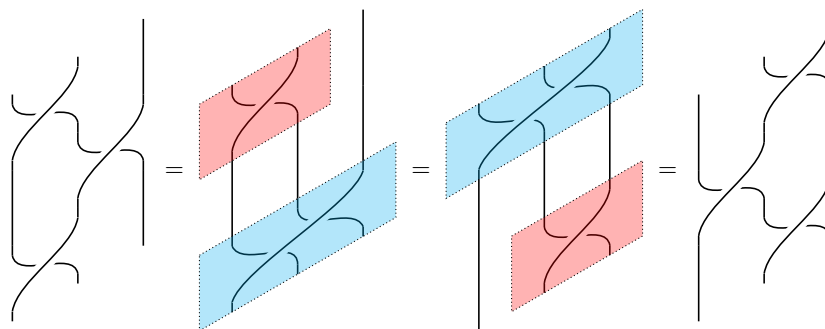
\def\anglerot{-60}
\tikzset
{
  my slant style/.style={
    yslant=-cot(\anglerot),
    xscale=sin(-\anglerot)
  }
}
\[\q[my slant style]
{
  \qbraid\qwire\n
  \qwire\qbraid\n
  \qbraid\qwire
}
=\q[my slant style]
{
  \qbraid\qwire\n
  \qwire\qwire\qwire\n
  \qbraid[num R=2]
  \qbb[red][1]
}

```

```

\qbb[cyan][6]
}
=\q[my slant style]
{
\qbraid[ num R=2]\n
\qwire\qwire\qwire\n
\qwire\qbraid
\qbb[red][6]
\qbb[cyan][1]
}
=\q[my slant style]
{
\qwire\qbraid\n
\qbraid\qwire\n
\qwire\qbraid
}\]

```



### 3 モノイダル圏と QWorld

#### 例 3.1 ドメイン

```

\[
\operatornamename{dom}\left(
\q{
\qbox[name={\langle f \rangle},id=f]
\symbolI{f}{\langle x \rangle}
\symbolO{f}{\langle y \rangle}
}
\right)=\q{\qwire[label={\langle x \rangle}}
\]

```

$$\operatornamename{dom}\left(\begin{array}{c} y \\ \square \\ f \\ \square \\ x \end{array}\right) = \left| \begin{array}{c} x \end{array} \right|$$

### 例 3.2 コドメイン

```
\[
  \operatornamename{cod}\left(
    \q{
      \qbox[name={\langle f \rangle},id=f]
      \symbolI{f}{\langle x \rangle}
      \symbolO{f}{\langle y \rangle}
    }
    \right)=\q{\qwiring[label={\langle y \rangle}}}
```

$$\operatorname{cod} \left( \begin{array}{c} y \\ \boxed{f} \\ x \end{array} \right) = \left| y \right.$$

### 例 3.3 合成 (垂直合成)

```
\[
  \q{
    \qbox[name={\langle f \rangle}]\qcirc\qbox[name={\langle g \rangle}]
  }=f\circ g
\]
```

$$\begin{array}{c} \boxed{f} \\ \circ \\ \boxed{g} \end{array} = f \circ g$$

### 例 3.4 結合律

```
\[
  \forall \q{\qbox[name={\langle h \rangle},id=h] \symbolI{h}{\langle z \rangle} \symbolO{h}{\langle w \rangle}},
    \q{\qbox[name={\langle g \rangle},id=g] \symbolI{g}{\langle y \rangle} \symbolO{g}{\langle z \rangle}},
    \q{\qbox[name={\langle f \rangle},id=f] \symbolI{f}{\langle x \rangle} \symbolO{f}{\langle y \rangle}}:
  \q{
    \qbox[name={\langle h \rangle}]\qcirc\qbox[name={\langle g \rangle}]\qcirc\qbox[name={\langle f \rangle}]
  }
  \qbb[2,3]
  =
  \q{
    \qbox[name={\langle h \rangle}]\qcirc\qbox[name={\langle g \rangle}]\qcirc\qbox[name={\langle f \rangle}]
  }
  \qbb[1,2]
\]
```

$$\forall \begin{array}{c} w \\ \boxed{h} \\ z \end{array}, \begin{array}{c} z \\ \boxed{g} \\ y \end{array}, \begin{array}{c} y \\ \boxed{f} \\ x \end{array} : \begin{array}{c} \boxed{h} \\ \boxed{g} \\ \boxed{f} \end{array} = \begin{array}{c} \boxed{h} \\ \boxed{g} \\ \boxed{f} \end{array}$$

### 例 3.5 恒等律

```
\begin{equation}
\label{law:identity}
\forall q
{
\qbox[name={\langle f \rangle}]
\symbolS{1}{\langle x \rangle}
\symbolN{1}{\langle y \rangle}
}\colon
\q{
\qwiring[label={\langle y \rangle}]\n
\qbox[name={\langle f \rangle}]
}=\q{
\qbox[name={\langle f \rangle}]
}=\q{
\qbox[name={\langle f \rangle}]\n
\qwiring[label={\langle x \rangle}]
}
}
\end{equation}
```

$$\forall \quad \begin{array}{c} y \\ \boxed{f} \\ x \end{array} : \quad \begin{array}{c} y \\ | \\ \boxed{f} \end{array} = \begin{array}{c} \boxed{f} \end{array} = \begin{array}{c} \boxed{f} \\ | \\ x \end{array} \quad (1)$$

### 例 3.6 テンソル積 (並列合成)

```
\[
\q
{
\qbox[name={\langle f \rangle}] \qbox[name={\langle g \rangle}]
\symbol0{1}{\langle Y_1 \rangle} \symbol0{2}{\langle Y_2 \rangle}
\symbolI{1}{\langle X_1 \rangle} \symbolI{2}{\langle X_2 \rangle}
}
=\q
{
\qbox[name={\langle f \otimes g \rangle}, p=2]
\symbol0{1}{\langle Y_1 \rangle} \symbol0[2]{1}{\langle Y_2 \rangle}
\symbolI{1}{\langle X_1 \rangle} \symbolI[2]{1}{\langle X_2 \rangle}
}
=\q
{
\qbox[name={\langle f \otimes g \rangle}]
\symbol0{1}{\langle Y_1 \otimes Y_2 \rangle}
\symbolI{1}{\langle X_1 \otimes X_2 \rangle}
}
```

$$\begin{array}{c} Y_1 \\ \boxed{f} \\ X_1 \end{array} \quad \begin{array}{c} Y_2 \\ \boxed{g} \\ X_2 \end{array} = \begin{array}{cc} Y_1 & Y_2 \\ \boxed{f \otimes g} \\ X_1 & X_2 \end{array} = \begin{array}{c} Y_1 \otimes Y_2 \\ \boxed{f \otimes g} \\ X_1 \otimes X_2 \end{array}$$

**例 3.7 交換則 ( $\otimes$  の共変関手性)**

```

\begin{equation}
\quad \backslash label{\text{law:interchange}}
\quad \backslash q
\quad \{
\quad \quad \backslash qbox[name={\backslash(f_2\backslash)}]\backslash qbox[name={\backslash(g_2\backslash)}]\backslash n
\quad \quad \backslash qbox[name={\backslash(f_1\backslash)}]\backslash qbox[name={\backslash(g_1\backslash)}]
\quad \quad \backslash qbb[1,2]
\quad \quad \backslash qbb[3,4]
\quad \}
= \backslash q
\quad \{
\quad \quad \backslash qbox[name={\backslash(f_2\backslash)}]\backslash qbox[name={\backslash(g_2\backslash)}]\backslash n
\quad \quad \backslash qbox[name={\backslash(f_1\backslash)}]\backslash qbox[name={\backslash(g_1\backslash)}]
\quad \quad \backslash qbb[2,4]
\quad \quad \backslash qbb[1,3]
\quad \}
\end{equation}

```

(2)

```

例 3.8 单位对象

\begin{gather}
\q{ \qw{ \qwire[arrowtype=dotted] } }
=\q{ \qunitob \qbball } \q{ \qunitob \qbox[name={\langle f \rangle}] \qbball }
=\q{ \qbox[name={\langle f \rangle}] }
=\q{ \qbox[name={\langle f \rangle}] \qunitob \qbball } \label{cond:unitob}
\end{gather}

```

$$\begin{array}{c}
 \vdots \\
 \square \\
 \vdots
 \end{array}
 = \square
 \tag{3}$$

$$\square \begin{array}{c} \square \\ f \\ \square \end{array} = \begin{array}{c} \square \\ f \\ \square \end{array} = \begin{array}{c} \square \\ f \\ \square \end{array} \square
 \tag{4}$$

### 例 3.9

```

\[\qunitob\qbball}
=\qloop[2]{\qunitob}\qbball}
=\qloop[3]{\qunitob}\qbball}
=\cdots
\]
```

$$\square = \square \square = \square \square \square = \dots$$

## 3.1 特殊ボックス

- `\qstate`:  $\nabla$  (0 入力).
- `\qeffect`:  $\triangle$  (0 出力).
- `\qscalar`:  $\bigcirc$  (0 入力, 0 出力).
- `\qasym`:  $\square$  (非対称ボックス).
- `\qtrans`:  $\square$  (転置ボックス). 50 ページの 3.4.1 項.
- `\qadj`:  $\square$  (随伴ボックス). 65 ページの 3.6.1 項.
- `\qconj`:  $\square$  (共役ボックス). 66 ページの 3.6.2 項.

### 3.1.1 0 入力

#### 例 3.10

```
\q{\qstate}
```



### 3.1.2 0 出力

#### 例 3.11

```
\q{\qeffect}
```





### 3.1.3 0 入力 0 出力

例 3.12

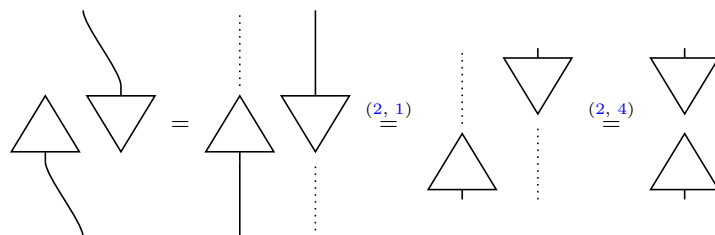
```
\q{\qscalar}
```



$$\triangleleft \triangle = \triangle \triangleleft = \triangle \triangle$$

例 3.13

```
\[
\q{
  \qeffect\qstate
  \qwire[dom={0-1-2}, cod={1,2}]
  \qwire[dom={1,-1}, cod={I-1-1}]
}=\q{
  \qwire[arrowtype=dotted]\qwire\n
  \qeffect\qstate\n
  \qwire\qwire[arrowtype=dotted]
}\stackrel{\text{(\ref{law:interchange}, \ref{law:identity})}}{=}\q{
  \qwire[arrowtype=dotted]\qstate\n
  \qeffect\qwire[arrowtype=dotted]
}\stackrel{\text{(\ref{law:interchange}, \ref{cond:unitob})}}{=}\q{\qstate\n\qeffect}
\]
```



例 3.14 表現行列

```
\begin{align*}
&\q{\qbox[name={\langle f \rangle}]} \\
&\&=\sum\limits_{i,j} \\
&\left( \right. \\
&\quad \q{
    \qeffect[name={\langle w_j^\dagger \rangle}]\n
    \qbox[name={\langle f \rangle}]\n
    \qstate[name={\langle v_i \rangle}]\n
  }
\end{align*}
```








```

}\q{
  \qstate[name={\langle w_j \rangle}] \n
  \qeffect[name={\langle v_i^\dagger \rangle}]
}
\right)
=\sum\limits_{i,j}\left(
  \q{
    \qscalar[name={\langle w_j^\dagger \rangle \circ f \circ v_i}]
  }
  \q{
    \qstate[name={\langle w_j \rangle}] \n
    \qeffect[name={\langle v_i^\dagger \rangle}]
  }
\right)\\
&=\begin{pmatrix}
  \q{\qscalar[name={\langle w_1^\dagger \rangle \circ f \circ v_1}]} & \dots & \q{\qscalar[name={\langle w_1^\dagger \rangle \circ f \circ v_m}]} \\
  \vdots & & \vdots \\
  \q{\qscalar[name={\langle w_n^\dagger \rangle \circ f \circ v_1}]} & \dots & \q{\qscalar[name={\langle w_n^\dagger \rangle \circ f \circ v_m}]}
\end{pmatrix}
\end{pmatrix}
\end{align*}

```

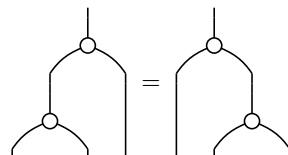
$$\begin{aligned}
 \boxed{f} &= \sum_{i,j} \left( \begin{array}{c} \triangleup_{w_j^\dagger} \\ \boxed{f} \\ \triangleleft_{v_i} \end{array} \right) = \sum_{i,j} \left( \begin{array}{c} \triangleup_{w_j} \\ \bigcirc_{w_j^\dagger \circ f \circ v_i} \\ \triangleleft_{v_i^\dagger} \end{array} \right) \\
 &= \begin{pmatrix} \bigcirc_{w_1^\dagger \circ f \circ v_1} & \dots & \bigcirc_{w_1^\dagger \circ f \circ v_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bigcirc_{w_n^\dagger \circ f \circ v_1} & \dots & \bigcirc_{w_n^\dagger \circ f \circ v_m} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

## 3.2 モノイド対象

- `\qmul`: 
- `hlen = 2`: 
- `\qcomul`: 
- `hlen = 2`: 
- `\qunit`: 
- `\qcounit`: 
- `\qspider`: 

### 例 3.15 結合律

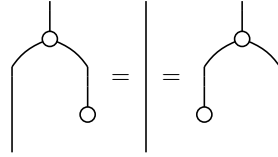
```
\begin{equation}
\label{law:associate}
\q{
\qspace[0.5]\qmul[hlen=2]\n
\qmul[hlen=2]\qspace[-0.5]\qwiring
}=\q{
\qmul[hlen=2]\n
\qwiring\qspace[-0.5]\qmul[hlen=2]
}
\end{equation}
```



(5)

### 例 3.16 単位律

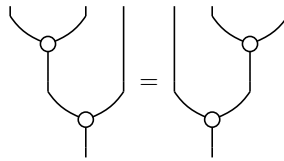
```
\begin{equation}
\label{law:unit}
\q{
\qmul[hlen=2]\n
\qwiring\qunit
}=\q{\qwiring[vlen=2]}
=\q{
\qmul[hlen=2]\n
\qunit\qwiring
}
\end{equation}
```



(6)

### 例 3.17 余結合律

```
\begin{equation}
\label{law:coassociate}
\q{
\qcomul[hlen=2]\qspace[-0.5]\qwiring{n}
\qspace[0.5]\qcomul[hlen=2]
}
=\q{
\qwiring{n}\qspace[-0.5]\qcomul[hlen=2]\n
\qcomul[hlen=2]
}
\end{equation}
```



(7)

### 例 3.18 余单位律

```
\begin{equation}
\label{law:counit}
\q{
\qcounit\qwiring{n}
\qcomul[hlen=2]
}
=\q{\qwiring{vlen=2}}
=\q{
\qwiring{n}\qcounit\n
\qcomul[hlen=2]
}
\end{equation}
```

$$\begin{array}{c} \circ \\ | \\ \text{---} \circ \end{array} = \begin{array}{c} | \\ | \\ | \end{array} = \begin{array}{c} | \\ | \\ \text{---} \circ \end{array} \quad (8)$$

### 3.2.1 フロベニウス則





#### 失敗例 3.1 フロベニウス則

```

\[
  \qquad \backslash q{
    \qquad \backslash qwire \backslash qmul [color=black] \backslash n
    \qquad \backslash qcomul \backslash qwire
  } = \backslash q{
    \qquad \backslash qcomul \backslash n
    \qquad \backslash qmul [color=black]
  } = \backslash q{
    \qquad \backslash qmul [color=black] \backslash qwire \backslash n
    \qquad \backslash qwire \backslash qcomul
  }
\]

```

$$\begin{array}{c} | \\ | \\ \text{---} \circ \end{array} = \begin{array}{c} \circ \\ | \\ | \end{array} = \begin{array}{c} | \\ | \\ \text{---} \circ \end{array}$$

失敗例として挙げられているが、実際にはフロベニウス則が正確に記述されている。むしろ、全てのワイヤーの間隔が均等に保たれているため、垂直合成時の調整が容易であり、場合によっては調整自体が不要となる可能性がある。これは単なる好みの問題に過ぎない。 `\qmul` や `\qcomul` のデフォルトの描画結果が  ,  であるのは、`\qbox[s=2]` や `\qbox[n=2]` の描画結果が  ,  であることの名残である。このような場合の調整キーとして `hlen` がある:

#### 例 3.19 フロベニウス則

```

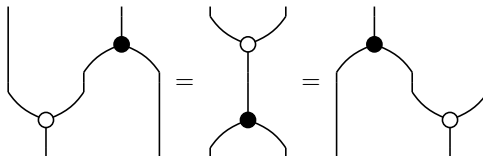
\[
  \qquad \backslash q{
    \qquad \backslash qwire \backslash qmul [hlen=2,color=black] \backslash n
    \qquad \backslash qcomul [hlen=2] \backslash qwire
  } = \backslash q{
    \qquad \backslash qcomul [hlen=2] \backslash n
    \qquad \backslash qmul [hlen=2,color=black]
  }
\]

```

```

}=\q{
  \qmul[hlen=2,color=black]\qwire\n
  \qwire\qcomul[hlen=2]
}
\]

```



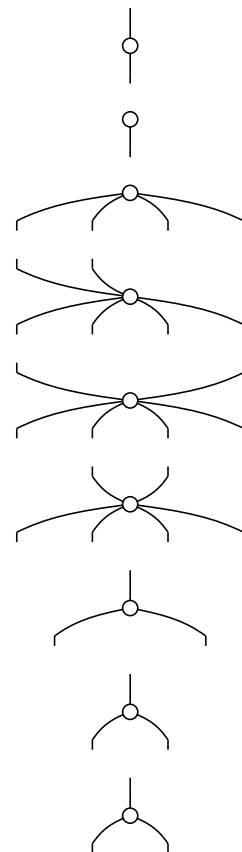
`\qspider` は、ノードがボックスではなく円であることを除けば、`\qbox` と同じである。

### 例 3.20

```

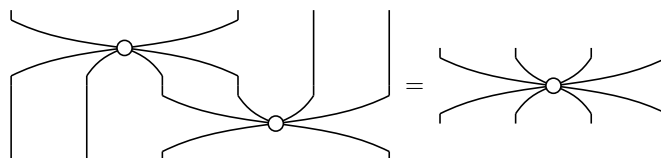
\[\q{\qspider}\]
\[\q{\qspider[n=0]}\]
\[\q{\qspider[n=0,s=4]}\]
\[\q{\qspider[n=2,s=4]}\]
\[\q{\qspider[N=\{1,4\},s=4]}\]
\[\q{\qspider[N=\{2,3\},s=4]}\]
\[\q{\qspider[p=3,N=\{2\},S=\{1,3\}]\}\]
\[\q{\qspider[p=3,N=\{2\},S=\{1,3\},hlen=2]}\]
\[\q{\qspider[n=1,s=2,hlen=2]}\]

```



### 例 3.21

```
\[
  \qf{
    \qspider[n=2, s=4, hlen=4]\qwiring\qwiring\n
    \qwiring\qwiring\qspider[n=4, s=2, hlen=4]
  }
  =\qf{\qspider[p=4]}\]
```



## 3.3 組紐

- `\qbraid`:
- `\qbraidinv`:
- `\qsym`:

■ **num L と num R キー** ワイヤーを交叉させた図式を描画するコマンド `\qbraid`, `\qbraidinv`, `\qsym` に対し, `num L` は左側のワイヤーの本数を, `num R` は右側のワイヤーの本数を指定するキーである. 例えば, `num L = 3, num R = 2` とすれば, が描画される. 双方デフォルト値はともに 1 である.


### 例 3.22 六角形等式

```
\begin{equation}
  \label{eq:hexagon}
  \q{
    \qbraid[num R=2,,hlen=2,vlen=2]
  }
  =
  \q{
    \qwiring\qbraid\n
    \qbraid\qwiring
  }
  \quad
  \q{
    \qbraid[num L=2,,hlen=2,vlen=2]
  }
```

```

}
=
\q
{
  \qbraid\qwire\n
  \qwire\qbraid
}
\end{equation}

```



(9)

■  $\text{crossing}^{-1} = \text{crossing}$

### 例 3.23

```

\begin{equation}
\label{eq:inverse:braid}
\q
{
  \qbraidinv\n
  \qbraid
}
=
\q
{
  \qwire[vlen=2]\qwire[vlen=2]
}
\quad
\q
{
  \qbraid\n
  \qbraidinv
}
=
\q
{
  \qwire[vlen=2]\qwire[vlen=2]
}
\end{equation}

```





### 例 3.25

```

\begin{gather}
\qquad \qquad \qquad \backslash q{
\qquad \qquad \backslash qwire\qstate\n
\qquad \qquad \backslash qwire
}
= \backslash q{
\qquad \qquad \backslash qwire\qstate\n
\qquad \qquad \backslash qbraid[num L=0]
}\stackrel{\text{(\ref{cond:naturality:braid})}}{=}\backslash q{
\qquad \qquad \backslash qbraid\n
\qquad \qquad \backslash qstate\qwire
}\label{iso:u:state}\\
\qquad \qquad \qquad \backslash q{
\qquad \qquad \backslash qunitob\qwire\n
\qquad \qquad \backslash qeffect\qwire
}
= \backslash q{
\qquad \qquad \backslash qbraid[num L=0]\n
\qquad \qquad \backslash qeffect\qwire
}\stackrel{\text{(\ref{cond:naturality:braid})}}{=}\backslash q{
\qquad \qquad \backslash qwire\qeffect\n
\qquad \qquad \backslash qbraid
}\label{iso:u:effect}
\end{gather}

```

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} | \\ \triangle \\ | \end{array} = \begin{array}{c} \triangle \\ | \text{---} | \\ \triangle \end{array} \stackrel{(11)}{=} \begin{array}{c} \triangle \\ | \text{---} | \\ \triangle \end{array} \quad (12)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} \triangle \\ | \end{array} = \begin{array}{c} | \text{---} | \\ \triangle \end{array} \stackrel{(11)}{=} \begin{array}{c} | \text{---} | \\ \triangle \end{array} \quad (13)
 \end{array}$$

### 例 3.26

```

\begin{equation}
\label{iso:spatial}
\backslash q{\backslash qscalar\qmv[0,-1]\qwire[vlen=3]}
= \backslash q{\backslash qbraid[num L=0]\n\backslash qscalar\qmv[0,-1]\qwire[vlen=2]}
\stackrel{\text{(\ref{cond:naturality:braid})}}{=}
\backslash q{\backslash qwire[vlen=2]\backslash qscalar\n\backslash qbraid[num L=0]}
= \backslash q{\backslash qscalar\qmv[-2,-1]\qwire[vlen=3]}
\end{equation}

```

`\end{equation}`

$$\bigcirc \left| = \bigcirc \stackrel{(11)}{=} \bigcirc \right| = \bigcirc \quad (14)$$

### 例 3.27

```
\[
  \q{\qscalar\qmv[0,-1]\qwiring{vlen=3}}
  =\q{\qeffect\n\qstate\qmv[0,-0.5]\qwiring{vlen=3}}
  \stackrel{\text{(\ref{iso:u:effect})}}{=}
  \q{\qwiring{qeffect\n\qbraid\n\qstate\qwiring}}
  \stackrel{\text{(\ref{iso:u:state})}}{=}
  \q{\qeffect\n\qstate\qmv[-2,-0.5]\qwiring{vlen=3}}
  =\q{\qscalar\qmv[-2,-1]\qwiring{vlen=3}}
\]
```

$$\bigcirc \left| = \begin{array}{c} \triangle \\ \hline \triangle \end{array} \stackrel{(13)}{=} \begin{array}{c} \triangle \\ \diagdown \quad \diagup \\ \triangle \end{array} \stackrel{(12)}{=} \begin{array}{c} \triangle \\ \hline \triangle \end{array} \right| = \bigcirc$$

■  $\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ \triangle \end{array} = \begin{array}{c} \diagdown \quad \diagup \\ \triangle \end{array}$

### 例 3.28

```
\begin{align}
  \q
  {
    \qbraid\qwiring{n}
    \qwiring{qstate[n=2]}
  }
  &= \q
  {
    \qbraid\qwiring{n}
  }
\end{align}
```

```

\qwire\qstate[n=2]\n\n
\qbraidinv[num L=0,vlen=2,hlen=2.5]
}
\stackrel{\text{(\ref{cond:naturality:braid})}}{=}\q
{
\qbraid\qwire\n\n
\qbraidinv[num L=2,vlen=2]\n
\qstate[n=2]\qwire\n
\qspace[0.5]\qwire[arrowtype={densely dotted}]\qspace[0.5]\qwire
}\n
&=\q
{
\qbraid\qwire\n\n
\qbraidinv[num L=2,vlen=2]\n
\qstate[n=2]\qwire\n
\qspace[2]\qwire
\qbb[green][3]
}\stackrel{\text{(\ref{eq:hexagon})}}{=}\q
{
\qbraid\qwire\n
\qbraidinv\qwire\n
\qwire\qbraidinv\n
\qstate[n=2]\qwire\n
\qspace[2]\qwire
\qbb[green][3,\dots,6]
}\n
&=\q
{
\qbraid\qwire\n
\qbraidinv\qwire\n
\qwire\qbraidinv\n
\qstate[n=2]\qwire\n
\qspace[2]\qwire
\qbb[orange][1,3]
}
\stackrel{\text{(\ref{eq:inverse:braid})}}{=}\q
{
\qloop[2]{\qloop[3]{\qwire}\n}
\qwire\qbraidinv\n
\qstate[n=2]\qwire\n
\qspace[2]\qwire
\qbb[orange][1,2,4,5]
}
\end{align}

```

$$(15)$$

$$(16)$$

$$(17)$$

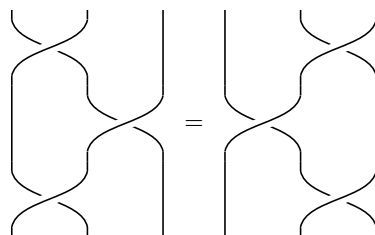
### 例 3.29 ヤン-バクスター方程式

```
\[
  \qquad \backslash q
  \qquad \{
  \qquad \qquad \backslash qbraid \backslash qwire \backslash n
  \qquad \qquad \backslash qwire \backslash qbraid \backslash n
  \qquad \qquad \backslash qbraid \backslash qwire
  \qquad \qquad \} = \backslash q
  \qquad \{
  \qquad \qquad \backslash qwire \backslash qbraid \backslash n
```

```

\qbraid\qwire\n
\qwire\qbraid
}
\]

```

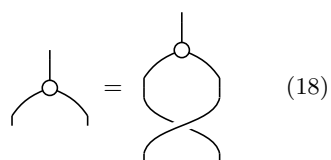


### 例 3.30 可換性

```

\begin{equation}
\label{cond:cmt}
\q{\qmul[hlen=2]}=\q{\qmul[hlen=2]\n\qbraid}
\end{equation}

```

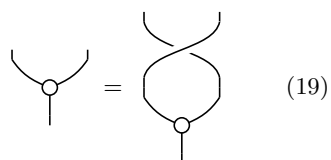


### 例 3.31 余可換性

```

\begin{equation}
\label{cond:ccmt}
\q{\qcomul[hlen=2]}=\q{\qbraid\n\qcomul[hlen=2]}
\end{equation}

```



## 3.3.1 双代数

### 例 3.32 双代数則

```

\begin{gather}
\q{\qcomul[hlen=2]\qcirc\qmul[hlen=2, color=black]}
=\q{
\qmul[hlen=2, color=black]\qmul[hlen=2, color=black]\n
\qwire\qbraid\qwire\n\qcomul[hlen=2]\qcomul[hlen=2]
}\n
\q{\qspace[0.5]\qcounit\qcirc\qmul[hlen=2, color=black]}
=\q{\qcounit\qcounit}\n
\q{\qcomul[hlen=2]\qcirc\qspace[0.5]\qunit[color=black]}
=\q{\qunit[color=black]\qunit[color=black]}\n
\q{\qcounit\n\qunit[color=black]}
=\q{\qunitob}
\end{gather}

```

\end{gather}

(20)

(21)

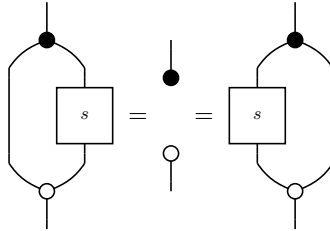
(22)

(23)

### 3.3.2 ホップ代数

### 例 3.33 対合射とホップ則

```
\begin{equation}
\qquad \qquad \qquad \backslash q{
\qquad \qquad \backslash qmul[hlen=2, color=black]\n
\qquad \qquad \backslash qwire\qbox[name={\(\s\)}]\n
\qquad \qquad \backslash qcomul[hlen=2]
\qquad \qquad \qquad }
=\qquad \backslash q{\qunit[color=black]\qcirc\qcounit}
=\qquad \backslash q{
\qquad \qquad \backslash qmul[hlen=2, color=black]\n
\qquad \qquad \backslash qbox[name={\(\s\)}]\backslash qwire\n
\qquad \qquad \backslash qcomul[hlen=2]
\qquad \qquad \qquad }
\end{equation}
```



(24)

### 3.3.3 平衡圏





#### 例 3.34 ツイスト

```
\begin{gather}
\qquad \qquad \qquad \backslash q{
\qquad \qquad \backslash qbox[name={\(\(\theta_{X \otimes Y}\)}), p=2]
\qquad \qquad \backslash symbolI{1}{\(\X\)}\symbolI{2}{1}{\(\Y\)}
\qquad \qquad \backslash symbolO{1}{\(\X\)}\symbolO{2}{1}{\(\Y\)}
\qquad \qquad \qquad }
=\qquad \backslash q{
\qquad \qquad \backslash qbox[name={\(\(\theta_X\)}]\backslash qbox[name={\(\(\theta_Y\)}]\n
\qquad \qquad \backslash qbraid\n\qbraid
\qquad \qquad \backslash label{cond:twist}\n
\qquad \qquad \backslash q{\backslash qbox[name={\(\(\theta_I\)}]}=\qquad \backslash q{\qunitob}\backslash label{cond:i:twist}\n
\qquad \qquad \backslash forall\q{\backslash qbox[name={\(\f\)}]}\backslash colon
\qquad \qquad \backslash q{
\qquad \qquad \backslash qbox[name={\(\(\theta_{\operatorname{cod}(f)})\)}), hlen=1.5]\n
\qquad \qquad \backslash qbox[name={\(\f\)}], hlen=1.5]
\qquad \qquad \qquad }=\qquad \backslash q{
\qquad \qquad \backslash qbox[name={\(\f\)}], hlen=1.5]\n
\qquad \qquad \backslash qbox[name={\(\(\theta_{\operatorname{dom}(f)})\)}), hlen=1.5]
\qquad \qquad \backslash label{cond:naturality:twist}
\end{gather}
```



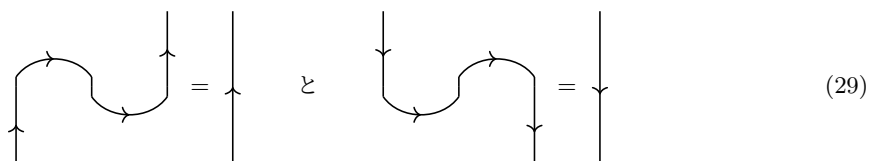


### 3.4 双対性

- `\qcap`: 
- `\qcup`: 
- `\qcaprev`: 
- `\qcuprev`: 

#### 例 3.38 ジグザグ等式

```
\begin{equation}
\label{eq:snake}
\q{
\qcap\qwiringup\q{
\qwiringup\qcup
}
}
=\q{
\qwiringup[vlen=2]
}
\quad\text{と}\quad
\q{
\qwiringdown\qcap\q{
\qcup\qwiringdown
}
}
=\q{
\qwiringdown[vlen=2]
}
\end{equation}
```


(29)

#### 3.4.1 転置ボックス

##### 例 3.39 転置

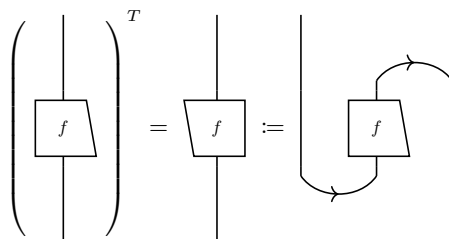
```
\[
\left(\q{\qwiring\q{qasym[name={\f\}]\q{qwiring}\right)}^T
=\q{
\qwiring\q{
\qtrans[name={\f\}]\q{
\qwiring
}
}\coloneq\q{

```

```

\qwire\qcap\n
\qwire\qasym[name={\f\}]\qwire\n
\qcup\qwire
}
\]

```



### 例 3.40 スライディング

```

\begin{equation}
\label{eq:sliding}
\q
{
\qcap \n
\qasym[name={\f\}] \qwire
}
=
\q
{
\qcap \n
\qwire \qtrans[name={\f\}]
}
\quad
\q
{
\qwire\qasym[name={\f\}] \n
\qcup
}
=
\q
{
\qtrans[name={\f\}] \qwire \n
\qcup
}
\end{equation}

```

$$(30)$$

### 例 3.41

```

\begin{equation}
\begin{array}{rccc}
\operatorname{NAME} & \colon & \operatorname{Hom}(X,Y) \\
& \to & \operatorname{Hom}(I,X^* \otimes Y) \\
& \operatorname{rotatebox}{90}{\in} & \operatorname{rotatebox}{90}{\in} \\
& \operatorname{q}\{ \\
& \quad \operatorname{qasym} \\
& \quad \operatorname{symbolI}{1}{\{X\}} \\
& \quad \operatorname{symbolO}{1}{\{Y\}} \\
& \quad \operatorname{mapsto} \\
& \quad \operatorname{q}\{ \\
& \quad \quad \operatorname{qwire}[label=\{X^*\}, label at=\{at end\}, label side=\{above\}] \operatorname{qasym} \operatorname{n} \\
& \quad \quad \operatorname{qcup} \\
& \quad \quad \operatorname{symbolO}{2}{\{Y\}} \\
& \quad \} \\
& \end{array} \\
\end{equation}

```

NAME:  $\operatorname{Hom}(X,Y) \rightarrow \operatorname{Hom}(I,X^* \otimes Y)$

$$(31)$$

### 例 3.42

```

\begin{equation}
\begin{array}{rccc}
\operatorname{CONAME} & \colon & \operatorname{Hom}(X,Y) \\
& \to & \operatorname{Hom}(X \otimes Y^*, I) \\
& \operatorname{rotatebox}{90}{\in} & \operatorname{rotatebox}{90}{\in} \\
& \operatorname{q}\{ \\
& \quad \operatorname{qasym} \\
& \quad \operatorname{symbolI}{1}{\{X\}} \\
& \quad \operatorname{symbolO}{1}{\{Y\}} \\
& \quad \operatorname{mapsto} \\
& \quad \operatorname{q}\{

```

```

\qcap \n
\qasym \qwire[label={\langle Y^*\rangle}, label at={at start}, label side={below}]
\symbolI{2}{\langle X\rangle}
}
\end{array}
\end{equation}

```

$$\begin{array}{ccc}
\text{CONAME:} & \text{Hom}(X, Y) & \rightarrow & \text{Hom}(X \otimes Y^*, I) \\
& \Downarrow & & \Downarrow \\
& Y & & Y \\
& \square & \mapsto & \square \\
& X & & X \quad Y^*
\end{array}
\tag{32}$$

### 3.4.2 コピー禁止定理

#### 例 3.43 一様コピー

```

\begin{gather}
\q{
\qwire\qbraid\qwire\n
\qcomul[hlen=2]\qcomul[hlen=2]
\symbolI{4}{\langle X\rangle}\symbolI{5}{\langle Y\rangle}
\symbolO{1}{\langle X\rangle}\symbolO{2}{\langle Y\rangle}
\symbolO{2}{2}{\langle X\rangle}\symbolO{3}{\langle Y\rangle}
}=\q{
\qcomul[hlen=3, vlen=2]\symbolI{1}{\langle X\otimes Y\rangle}
\symbolO{1}{\langle X\otimes Y\rangle}\symbolO{2}{1}{\langle X\otimes Y\rangle}
}\label{cond:copy}\
\forall\q{\qbox[name={\langle f\rangle}]\symbolI{1}{\langle X\rangle}\symbolO{1}{\langle Y\rangle}}\colon
\q{
\qbox[name={\langle f\rangle}]\qbox[name={\langle f\rangle}]\n
\qcomul[hlen=2]
}=\q{
\qcomul[hlen=2]\n
\qspace[0.5]\qbox[name={\langle f\rangle}]
}\label{cond:morecopy}\
\q{
\qcomul[hlen=2]\symbolI{1}{\langle I\rangle}
\symbolO{1}{\langle I\rangle}\symbolO{2}{1}{\langle I\rangle}
}=\q{\qunitob}\label{cond:i:copy}
\end{gather}

```

$$\begin{array}{c} X & Y & X & Y \\ | & | & | & | \\ \diagdown & \diagup & \diagdown & \diagup \\ & \circ & & \circ \\ | & & | & \\ X & & Y & \end{array} = \begin{array}{c} X \otimes Y & X \otimes Y \\ \diagdown & \diagup \\ & \circ \\ | \\ X \otimes Y \end{array} \quad (33)$$

$$\forall \begin{array}{c} Y \\ | \\ \boxed{f} \\ | \\ X \end{array} : \begin{array}{c} \boxed{f} \quad \boxed{f} \\ | \quad | \\ \diagdown \quad \diagup \\ & \circ \\ | \end{array} = \begin{array}{c} \diagdown \quad \diagup \\ & \circ \\ | \\ \boxed{f} \end{array} \quad (34)$$

$$\begin{array}{c} I & I \\ \diagdown & \diagup \\ & \circ \\ | \\ I \end{array} = \quad (35)$$

#### 例 3.44 コピー可能状態

```

\begin{tikzpicture}
\draw (0,0) node[below] {\(a\)} -- (0,1) -- (1,1) -- (1,0) -- (0,0);
\draw (0,1) node[above] {\(a\)} -- (0,2) -- (1,2) -- (1,1) -- (0,1);
\end{tikzpicture}

```

$$\begin{array}{c} \diagdown \quad \diagup \\ & \circ \\ | \\ \triangle a \end{array} = \begin{array}{c} \triangle a \quad \triangle a \end{array}$$

#### 例 3.45

```

\begin{tikzpicture}
\draw (0,0) node[below] {\(a\)} -- (0,1) -- (1,1) -- (1,0) -- (0,0);
\draw (0,1) node[above] {\(a\)} -- (0,2) -- (1,2) -- (1,1) -- (0,1);
\end{tikzpicture}

```

```

N={1,2,4,5},
s=2,
hlen=2
]\n\qcup
}\}
&\stackrel{\text{(\ref{cond:copy})}}{=}\q{
\qwire\qbraid\qwire\n
\qloop[4]{\qwire}\n
\qcomul[hlen=2]\qcomul[hlen=2]\n
\qspace[0.5]\qcup[hlen=3]
\qbb[red][4,8]
}\stackrel{\text{(\ref{cond:ccmt})}}{=}\q{
\qwire\qbraid\qwire\n
\qbraidinv\qwire\qwire\n
\qcomul[hlen=2]\qcomul[hlen=2]\n
\qspace[0.5]\qcup[hlen=3]
\qbb[red][4,7]
}\}
&=\q{
\qwire\qbraid\qwire\n
\qbraidinv\qwire\qwire\n[2]
\qloop[4]{\qwire[vlen=2]}\n
\qcomul[hlen=2]\qcomul[hlen=2]\n
\qspace[0.5]\qcup[hlen=3]
\qbb[blue][8,9]
}
\stackrel{\text{(\ref{eq:inverse:braid})}}{=}\q{
\qwire\qbraid\qwire\n
\qbraidinv\qwire\qwire\n
\qwire\qbraidinv\qwire\n
\qwire\qbraid\qwire\n
\qcomul[hlen=2]\qcomul[hlen=2]\n
\qspace[0.5]\qcup[hlen=3]
\qbb[blue][8,11]
}\}
&=\q{
\qwire\qbraid\qwire\n
\qbraidinv\qwire\qwire\n
\qwire\qbraidinv\qwire\n
\qwire\qbraid\qwire\n
\qcomul[hlen=2]\qcomul[hlen=2]\n
\qspace[0.5]\qcup[hlen=3]
\qbb[yellow][10,14,15]
}\stackrel{\text{(\ref{cond:copy}, \ref{cond:morcopy}, \ref{cond:i:copy})}}{=}\q{
\qwire\qbraid\qwire\n

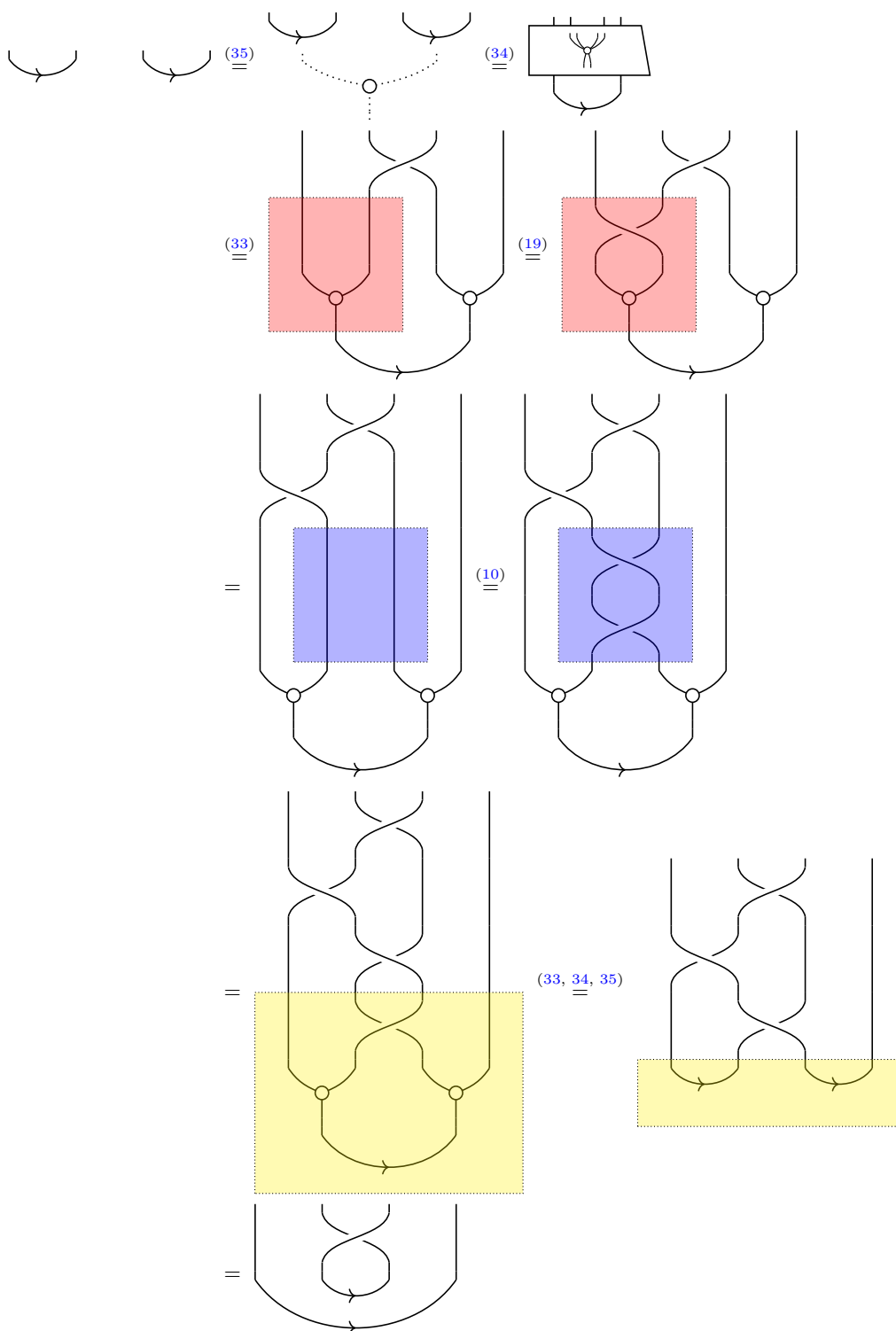
```

```

\qbraidinv\qwire\qwire\n
\qwire\qbraidinv\qwire\n
\qcup\qcup
\qbb[yellow][10,11]
}\
&=\q{
\qwire\qbraid\qwire\n
\qcup[n=4]
}
\end{align*}

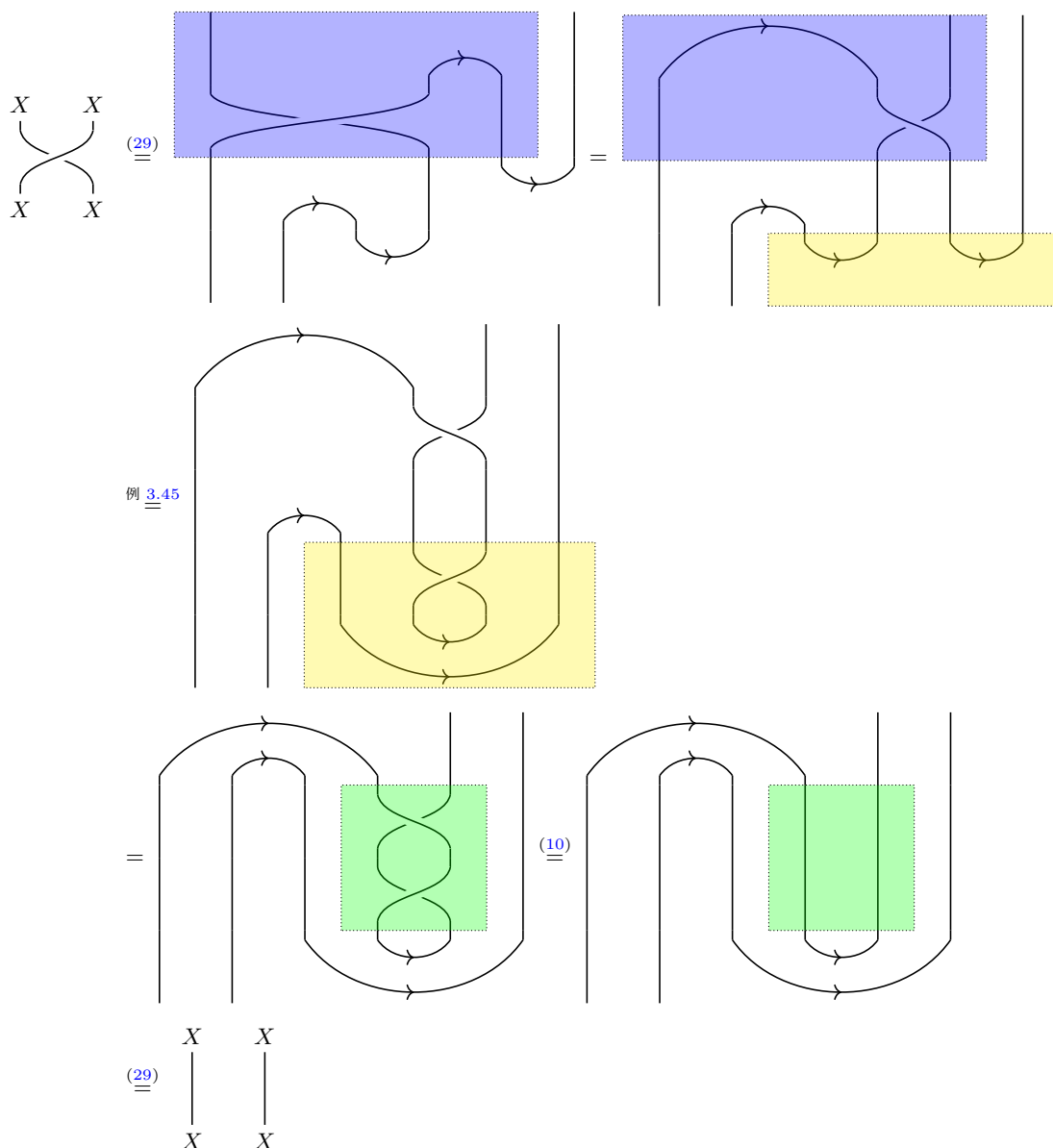
```





例 3.46

[illegible]



例 3.47 クローン禁止定理

```

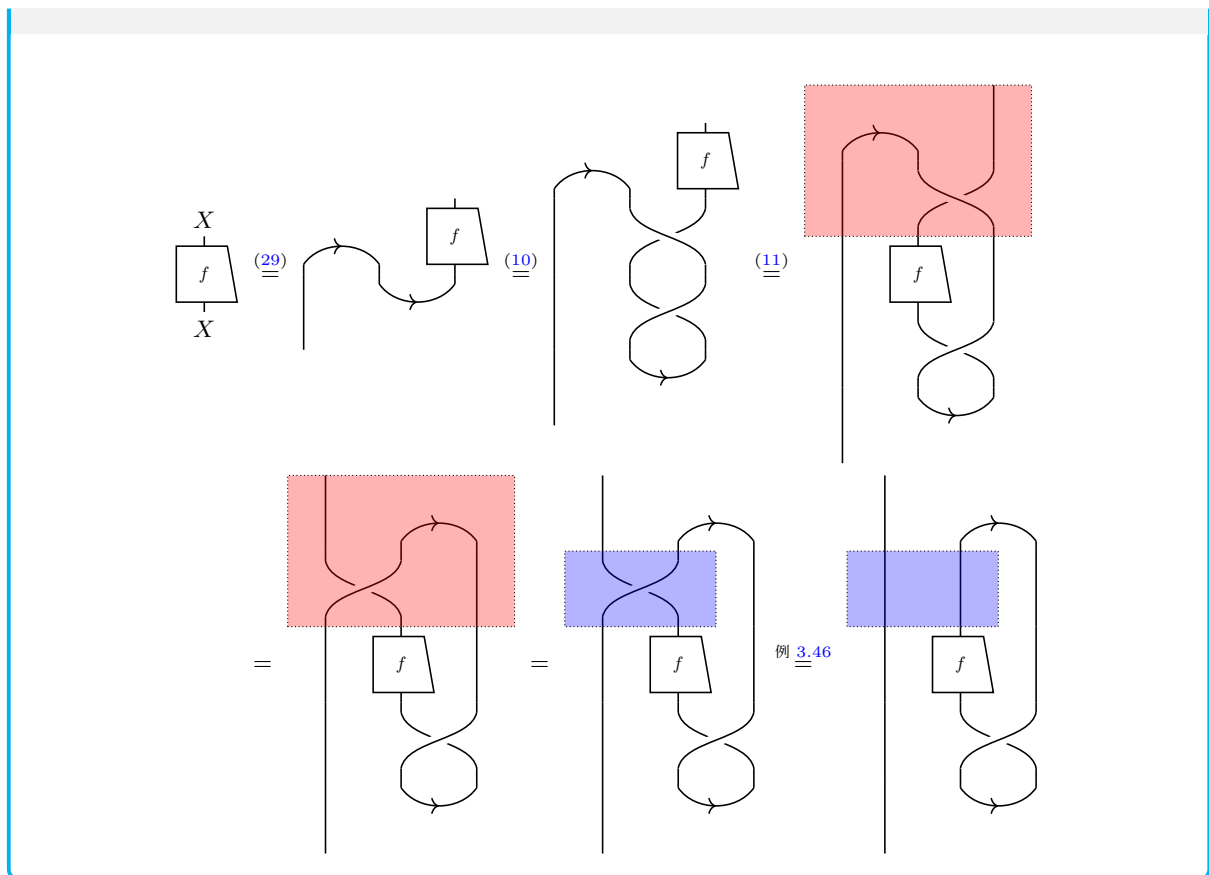
\begin{align*}
&\backslash\mathrm{q}\{ \\
&\quad \backslash\mathrm{qasym}[name=\{\backslash(f\backslash)\}] \\
&\quad \backslash\mathrm{symbolI}\{1\}\{\backslash(X\backslash)\}\backslash\mathrm{symbolO}\{1\}\{\backslash(X\backslash)\} \\
&\}&\backslash\mathrm{stackrel{\text{\scriptsize{\ref{eq:snake}}}}{=}} \\
&\backslash\mathrm{q}\{ \\
&\quad \backslash\mathrm{qcap}\backslash\mathrm{qasym}[name=\{\backslash(f\backslash)\}]\backslash\mathrm{n} \\
&\quad \backslash\mathrm{qwiring}\backslash\mathrm{qcup}
\end{align*}

```

```

}\stackrel{\text{(\ref{eq:inverse:braid})}}{=}\q{
  \qcap\qasym[name={\langle f \rangle}]\n
  \qwire\qbraidinv\n
  \qwire\qbraid\n
  \qwire\qcup
}\stackrel{\text{(\ref{cond:naturality:braid})}}{=}\q{
  \qcap\qwire\n
  \qwire\qbraidinv\n
  \qwire\qasym[name={\langle f \rangle}]\qwire\n
  \qwire\qbraid\n
  \qwire\qcup
  \qbb[red] [1,4]
}\n
&=\q{
  \qwire\qcap\n
  \qbraid\qwire\n
  \qwire\qasym[name={\langle f \rangle}]\qwire\n
  \qwire\qbraid\n
  \qwire\qcup
  \qbb[red] [1,4]
}=\q{
  \qwire\qcap\n
  \qbraid\qwire\n
  \qwire\qasym[name={\langle f \rangle}]\qwire\n
  \qwire\qbraid\n
  \qwire\qcup
  \qbb[blue] [3]
}\stackrel{\text{例 \ref{len:copybraid}}}{=}\q{
  \qwire\qcap\n
  \qwire\qwire\qwire\n
  \qwire\qasym[name={\langle f \rangle}]\qwire\n
  \qwire\qbraid\n
  \qwire\qcup
  \qbb[blue] [3,4]
}
\end{align*}

```



### 3.5 ピボタル圏

例 3.48

```

\begin{equation}
\label{def:dualrev}
\q{
  \qcaprev \n
  \symbolI{1}{\backslash(X^*\backslash)}\symbolI{2}{1}{\backslash(X\backslash)}
}\coloneq \q{
  \qcap \n
  \qwiring \qwiringupup \n
  \qwiring \qasym[name={\backslash(\pi_x\backslash)}] \n
}\quad \q{
  \qcupprev
  \symbolI{1}{\backslash(X\backslash)}\symbolI{2}{1}{\backslash(X^*\backslash)}
}\coloneq \q{
  \qasym[name={\backslash(\pi_{X^*-1}\backslash)}] \qwiring \n
  \qwiringupup \qwiring \n
}

```

```

\qcup
}
\end{equation}

```

$$\begin{array}{ccc}
\begin{array}{c} \curvearrowright \\ X^* \quad X \end{array} & := & \begin{array}{c} \text{---} \curvearrowright \text{---} \\ | \\ \text{---} \pi_x \text{---} \\ | \end{array}
\end{array}
\quad
\begin{array}{ccc}
\begin{array}{c} X \quad X^* \\ \curvearrowleft \end{array} & := & \begin{array}{c} \text{---} \pi_X^{-1} \text{---} \\ | \\ \text{---} \curvearrowleft \text{---} \end{array}
\end{array}
\quad (36)$$

#### 例 3.49

```

\begin{gather}
\q{
\qwireuu[label={\langle X^{**} \rangle}]\n
\qasym[name={\langle \pi_X \rangle}]\n
\qwireup[label={\langle X \rangle}]
}=\q{
\qwireuu[label={\langle X^{**} \rangle}]\qcap\n
\qbraid\qwired[label={\langle X^* \rangle}]\n
\qasym[name={\langle \theta_{X^{-1}} \rangle}]\qcupprev\n
\qwireup[label={\langle X \rangle}]
}\label{twist:pivotal}\n
\q{
\qwireup[label={\langle X \rangle}]\n
\qasym[name={\langle \theta_X \rangle}]\n
\qwireup[label={\langle X \rangle}]
}=\q{
\qwireup[label={\langle X \rangle}]\n
\qasym[name={\langle \pi_{X^{-1}} \rangle}]\n
\qwireuu[label={\langle X^{**} \rangle}]\qcap\n
\qbraid\qwired[label={\langle X^* \rangle}]\n
\qwired[label={\langle X \rangle}]\qcupprev
}\label{pivotal:twist}
\end{gather}

```



$$\text{Tr}: \underset{\Psi}{\text{Hom}(X, X)} \rightarrow \underset{\Psi}{\text{Hom}(I, I)}$$

The diagram shows a mapping from a box labeled  $f$  to a box labeled  $f$  with a loop. The box  $f$  has two horizontal wires passing through it. The box  $f$  with a loop has a vertical wire passing through it, and a loop that starts from the top wire, goes up, around the right, and back down to the bottom wire.

### 例 3.51 トレースの可換性

```
\begin{equation}
\label{cmt:trace}
\operatorname{Tr}\left(\q{
\qasym[name={\langle g \rangle}]{\n}
\qasym[name={\langle f \rangle}]{\n}
}\right)
=\q{
\qcap{\n}
\qasym[name={\langle g \rangle}]{\qwiring{\n}}
\qasym[name={\langle f \rangle}]{\qwiring{\n}}
\qcupprev
}
\stackrel{\text{(\ref{eq:sliding})}}{=}\q{
\qcap{\n}
\qasym[name={\langle f \rangle}]{\qwiring{\n}}
\qcupprev
}
\stackrel{\text{(\ref{eq:sliding})}}{=}\q{
\qcap{\n}
\qasym[name={\langle f \rangle}]{\qwiring{\n}}
\qasym[name={\langle g \rangle}]{\qwiring{\n}}
\qcupprev
}
=\operatorname{Tr}\left(\q{
\qasym[name={\langle f \rangle}]{\n}
\qasym[name={\langle g \rangle}]{\n}
}\right)
\end{equation}
```

$$\text{Tr} \left( \begin{array}{c} \boxed{g} \\ \boxed{f} \end{array} \right) = \begin{array}{c} \boxed{g} \\ \boxed{f} \end{array} \stackrel{(30)}{=} \begin{array}{c} \boxed{f} \quad \boxed{g} \end{array} \stackrel{(30)}{=} \begin{array}{c} \boxed{f} \\ \boxed{g} \end{array} = \text{Tr} \left( \begin{array}{c} \boxed{f} \\ \boxed{g} \end{array} \right) \quad (39)$$



### 例 3.52 対象の次元

```
\[
\q{\qscalar[name={\(\operatorname{dim}(X)\)}}}
\coloneq\q{\qscalar[name={\(\operatorname{Tr}(\operatorname{id}_X)\)}}}
=\q{\qcap{n}\qcupprev}
\]
```

$$\text{dim}(X) := \text{Tr}(\text{id}_X) = \text{loop}$$

## 3.6 ダガー

### 3.6.1 随伴ボックス

#### 例 3.53 随伴

```
\begin{gather}
\left(
\q{
\qasym[name={\langle f \rangle}]
\symbolI{1}{\langle X \rangle}\symbolO{1}{\langle Y \rangle}
}
\right)^{\dagger}
\coloneq
\q{
\qadj[name={\langle f \rangle}]
\symbolI{1}{\langle Y \rangle}\symbolO{1}{\langle X \rangle}
}
\\
\left(\q{\qasym[name={\langle f \rangle}]}\right)^{\dagger\dagger}
=\left(\q{\qadj[name={\langle f \rangle}]}\right)^{\dagger}
=\q{\qasym[name={\langle f \rangle}]}\q{
\qadj[name={\langle f \rangle}]\n
\qadj[name={\langle g \rangle}]
}=\q{
\qadj[name={\langle g \circ f \rangle}]
}
\end{gather}
```

$$\left( \begin{array}{c} Y \\ \boxed{f} \\ X \end{array} \right)^\dagger := \begin{array}{c} X \\ \boxed{f} \\ Y \end{array} \quad (40)$$

$$\left( \boxed{f} \right)^{\dagger\dagger} = \left( \boxed{f} \right)^\dagger = \boxed{f} \quad (41)$$

$$\left( \begin{array}{c} | \\ | \end{array} \right)^\dagger = \begin{array}{c} | \\ | \end{array} \quad (42)$$

$$\begin{array}{c} \boxed{f} \\ | \\ \boxed{g} \end{array} = \begin{array}{c} | \\ \boxed{g \circ f} \end{array} \quad (43)$$

### 3.6.2 共役ボックス

#### 例 3.54

```
\begin{align*}
\left(\mathrm{q}\mathrm{qadj}\right)^{\mathrm{T}}
&= \mathrm{q}\{
\mathrm{qwire}\mathrm{qcap}\mathrm{n}
\mathrm{qwire}\mathrm{qadj}\mathrm{qwire}\mathrm{n}
\mathrm{qcup}\mathrm{qwire}
\} = \mathrm{q}\{
\mathrm{qcaprev}\mathrm{qwire}\mathrm{n}
\mathrm{qwire}\mathrm{qadj}\mathrm{qwire}\mathrm{n}
\mathrm{qwire}\mathrm{qcupprev}
\} = \left(
\mathrm{q}\{
\mathrm{qwire}\mathrm{qcap}\mathrm{n}
\mathrm{qwire}\mathrm{qasym}\mathrm{qwire}\mathrm{n}
\mathrm{qcup}\mathrm{qwire}
\}
\right)^{\mathrm{\dag}} = \left(\mathrm{q}\mathrm{qtrans}\right)^{\mathrm{\dag}}
\end{align*}
```

$$\left( \text{box} \right)^T = \text{box} = \left( \text{box} \right)^\dagger$$

#### 4 素子一覧

<code>\qwiring</code>	<code>\qbox</code>	<code>\qstate</code>	<code>\qeffect</code>
<code>\qscalar</code>	<code>\qunitob</code>	<code>\qmul</code>	<code>\qcomul</code>
<code>\qunit</code>	<code>\qcounit</code>	<code>\qspider</code>	<code>\qbraid</code>
<code>\qbraidinv</code>	<code>\qsym</code>	<code>\qcap</code>	<code>\qcup</code>
<code>\qwiringu</code>	<code>\qwired</code>	<code>\qwiringuu</code>	<code>\qwired</code>
<code>\qasym</code>	<code>\qtrans</code>	<code>\adj</code>	<code>\qconj</code>



## 参考文献

- [1] Till Tantau, *The TikZ and PGF Packages Manual for Version 3.1.10*, Institut für Theoretische Informatik, Universität zu Lübeck, n.d., <https://github.com/pgf-tikz/pgf> (retrieved March 22, 2025).
- [2] Anonymous, *Genius Sorting Algorithm*, 4chan Programming Board, January 20, 2011, <https://dis.4chan.org/read/prog/1295544154> (accessed January 20, 2011; link currently inactive).
- [3] gfx, 常識を覆すソートアルゴリズム！ その名も "sleep sort"！, Hatena Diary, May 19, 2011, <https://gfx.hatenadiary.org/entry/20110519/1305810786>.
- [4] LiteratePrograms, *Turing Machine Simulator in L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X*, [https://literateprograms.org/turing\\_machine\\_simulator\\_\\_latex\\_.html](https://literateprograms.org/turing_machine_simulator__latex_.html), n.d., retrieved March 22, 2025.
- [5] Overleaf, *L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X is More Powerful than You Think: Computing the Fibonacci Numbers and Turing Completeness*, [https://www.overleaf.com/learn/latex/Articles/LaTeX\\_is\\_More\\_Powerful\\_than\\_you\\_Think\\_-\\_Computing\\_the\\_Fibonacci\\_Numbers\\_and\\_Turing\\_Completeness](https://www.overleaf.com/learn/latex/Articles/LaTeX_is_More_Powerful_than_you_Think_-_Computing_the_Fibonacci_Numbers_and_Turing_Completeness), n.d., retrieved March 22, 2025.

## License and Copyright

This package is distributed under the **LaTeX Project Public License (LPPL)**, version 1.3c or later. For details, see <https://www.latex-project.org/lppl.txt>.

Copyright ©2025 Niina Ryota

You are free to distribute and modify this package under the terms of LPPL. However, any modified versions **must not** be distributed under the original name, and the original author must be credited.