

# `$SPAD/src/input kamke4.input`

Timothy Daly

December 30, 2008

## **Abstract**

This is the 201-250 of the Kamke test suite as published by E. S. Cheb-Terrab[1]. They have been rewritten using Axiom syntax. Where possible we show that the particular solution actually satisfies the original ordinary differential equation.

## **Contents**

```

(*)≡
)spool kamke4.output
)set break resume
)set mes auto off
)clear all
--S 1 of 127
y:=operator 'y
--R
--R
--R      (1)  y
--R
--E 1                                         Type: BasicOperator

--S 2 of 127
f:=operator 'f
--R
--R
--R      (2)  f
--R
--E 2                                         Type: BasicOperator

--S 3 of 127
f0:=operator 'f0
--R
--R
--R      (3)  f0
--R
--E 3                                         Type: BasicOperator

--S 4 of 127
f1:=operator 'f1
--R
--R
--R      (4)  f1
--R
--E 4                                         Type: BasicOperator

--S 5 of 127
f2:=operator 'f2
--R
--R
--R      (5)  f2
--R
--E 5                                         Type: BasicOperator

--S 6 of 127

```

```

g:=operator 'g
--R
--R
--R      (6)    g
--R
--E 6                                         Type: BasicOperator

--S 7 of 127
tg:=operator 'tg
--R
--R
--R      (7)    tg
--R
--E 7                                         Type: BasicOperator

--S 8 of 127
h:=operator 'h
--R
--R
--R      (8)    h
--R
--E 8                                         Type: BasicOperator

--S 9 of 127
ode201 := 2*f(x)*D(y(x),x)+2*f(x)*y(x)**2-D(f(x),x)*y(x)-2*f(x)**2
--R
--R
--R      (9)  2f(x)y '(x) - y(x)f '(x) + 2f(x)y(x)  - 2f(x)
--R
--R
--E 9                                         Type: Expression Integer

--S 10 of 127
solve(ode201,y,x)
--R
--R
--R      (10)  "failed"
--R
--E 10                                         Type: Union("failed",...)

--S 11 of 127
ode202 := f(x)*D(y(x),x)+g(x)*tg(y(x))+h(x)
--R
--R
--R      ,

```

```

--R      (11)  f(x)y '(x) + g(x)tg(y(x)) + h(x)
--R
--R
--E 11                                         Type: Expression Integer

--S 12 of 127
solve(ode202,y,x)
--R
--R
--R      (12)  "failed"
--R
--E 12                                         Type: Union("failed",...)

```

  

```

--S 13 of 127
ode203 := y(x)*D(y(x),x)+y(x)+x**3
--R
--R
--R      ,          3
--R      (13)  y(x)y '(x) + y(x) + x
--R
--R
--E 13                                         Type: Expression Integer

```

  

```

--S 14 of 127
solve(ode203,y,x)
--R
--R
--R      (14)  "failed"
--R
--E 14                                         Type: Union("failed",...)

```

  

```

--S 15 of 127
ode204 := y(x)*D(y(x),x)+a*y(x)+x
--R
--R
--R      ,
--R      (15)  y(x)y '(x) + a y(x) + x
--R
--R
--E 15                                         Type: Expression Integer

```

  

```

--S 16 of 127
solve(ode204,y,x)
--R
--R
--R      (16)  "failed"

```

```

--R                                         Type: Union("failed",...)
--E 16

--S 17 of 127
ode205 := y(x)*D(y(x),x)+a*y(x)+(a**2-1)/(4)*x+b*x**n
--R
--R
--R      ,          n          2
--R      4y(x)y (x) + 4b x  + 4a y(x) + (a - 1)x
--R
--R      (17)  -----
--R                           4
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 17

--S 18 of 127
solve(ode205,y,x)
--R
--R
--R      (18)  "failed"
--R
--R                                         Type: Union("failed",...)
--E 18

--S 19 of 127
ode206 := y(x)*D(y(x),x)+a*y(x)+b*exp(x)-2*a
--R
--R
--R      ,          x
--R      y(x)y (x) + b %e  + a y(x) - 2a
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 19

--S 20 of 127
solve(ode206,y,x)
--R
--R
--R      (20)  "failed"
--R
--R                                         Type: Union("failed",...)
--E 20

--S 21 of 127
ode207 := y(x)*D(y(x),x)+y(x)**2+4*x*(x+1)
--R
--R
--R      ,          2          2

```

```

--R      (21)  y(x)y '(x) + y(x)  + 4x  + 4x
--R
--R
--E 21                                         Type: Expression Integer

--S 22 of 127
yx:=solve(ode207,y,x)
--R
--R
--R      2      2      2x
--R      (y(x)  + 4x )%e
--R      (22)  -----
--R                  2
--R
--E 22                                         Type: Union(Expression Integer,...)

--S 23 of 127
ode207expr := yx*D(yx,x)+yx**2+4*x*(x+1)
--R
--R
--R      (23)
--R      3      2      2x 2 ,
--R      (2y(x)  + 8x y(x))(%e ) y (x)
--R
--R      +
--R      4      2      2      4      3      2x 2      2
--R      (3y(x)  + (24x  + 8x)y(x)  + 48x  + 32x )(%e )  + 16x  + 16x
--R      /
--R      4
--R
--E 23                                         Type: Expression Integer

--S 24 of 127
ode208 := y(x)*D(y(x),x)+a*y(x)**2-b*cos(x+c)
--R
--R
--R      ,
--R      2
--R      (24)  y(x)y '(x) - b cos(x + c) + a y(x)
--R
--E 24                                         Type: Expression Integer

--S 25 of 127
yx:=solve(ode208,y,x)
--R
--R

```

```

--R          2a x
--R          - 2b %e      sin(x + c) + (- 4a b cos(x + c) + (4a + 1)y(x) )%e
--R (25)  -----
--R                               2
--R                               8a + 2
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 25

--S 26 of 127
ode208expr := yx*D(yx,x)+a*yx**2-b*cos(x+c)
--R
--R
--R (26)
--R          2          2a x 2
--R          (- 16a - 4)b y(x)(%e      ) sin(x + c)
--R          +
--R          3          4          2          3          2a x 2
--R          ((- 32a - 8a)b y(x)cos(x + c) + (32a + 16a + 2)y(x) )(%e      )
--R          *
--R          ,
--R          y (x)
--R
--R          +
--R          2          2a x 2          2
--R          4a b (%e      ) sin(x + c)
--R
--R          +
--R          2          2          3          2          2a x 2
--R          ((32a + 4)b cos(x + c) + (- 32a - 8a)b y(x) )(%e      ) sin(x + c)
--R
--R          +
--R          3          2          2          4          2          2
--R          (48a + 8a)b cos(x + c) + (- 96a - 32a - 2)b y(x) cos(x + c)
--R
--R          +
--R          5          3          4
--R          (48a + 24a + 3a)y(x)
--R
--R          *
--R          2a x 2
--R          (%e      )
--R
--R          +
--R          4          2
--R          (- 64a - 32a - 4)b cos(x + c)
--R
--R          /
--R          4          2
--R          64a + 32a + 4
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 26

```

```

--S 27 of 127
ode209 := y(x)*D(y(x),x)-sqrt(a*y(x)**2+b)
--R
--R
--R
$$(27) \frac{y(x)y'(x) - \sqrt{a}y(x)^2 + b}{\sqrt{b}}$$

--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 27

--S 28 of 127
yx:=solve(ode209,y,x)
--R
--R
--R
$$(28) \frac{-x\sqrt{b}\sqrt{a}y(x)^2 + b + y(x)\sqrt{b} + bx}{\sqrt{b}\sqrt{a}y(x)^2 + b - b}$$

--R
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 28

--S 29 of 127
ode209expr := yx*D(yx,x)-sqrt(a*yx**2+b)
--R
--R
--R
$$(29) \frac{\left((-3ab^2y(x)^2 - 4b^2)\sqrt{a}y(x)^2 + b^2 + (a^2y(x)^4 + 5ab^2y(x)^2 + 4b^2)\sqrt{b}\right) \cdot \text{ROOT}}{(2ax^2 + 2b)\sqrt{b}^2 + 2ax^2y(x)^2\sqrt{a}y(x)^2 + b^2 - 2ax^2y(x)^2\sqrt{b}^2 - a^4y(x)^4 + (-ax^2 - ab)y(x)^2 - 2ab^2x^2 - 2b^2}$$

--R
--R
$$\frac{2\sqrt{b}\sqrt{a}y(x)^2 + b^2 - a^2y(x)^2 - 2b^2}{2\sqrt{b}\sqrt{a}y(x)^2 + b^2 - a^2y(x)^2 - 2b^2}$$


```

```

--R      +-----+
--R           3          +-+          3 |   2
--R           ((a x y(x)  + 4b x y(x))\|b  + 2b y(x )\|a y(x)  + b
--R
--R      +
--R           5          3 +-+          3    2
--R           (- a y(x)  - 2b y(x ))\|b  - 3a b x y(x)  - 4b x y(x)
--R
--R      *
--R           ,
--R           y (x)
--R
--R      +
--R           +-----+
--R           4          2 +-+          2    2 |   2
--R           ((a y(x)  + 2b y(x ))\|b  + 3a b x y(x)  + 4b x)\|a y(x)  + b
--R
--R      +
--R           2          4          2    2 +-+          4    2    2
--R           (- a x y(x)  - 5a b x y(x)  - 4b x)\|b  - 2a b y(x)  - 2b y(x)
--R
--R      /
--R           +-----+
--R           2    2 |   2          2    4          2    2 +-+
--R           (3a b y(x)  + 4b )\|a y(x)  + b  + (- a y(x)  - 5a b y(x)  - 4b )\|b
--R
--R
--E 29                                         Type: Expression Integer

--S 30 of 127
ode210 := y(x)*D(y(x),x)+x*y(x)**2-4*x
--R
--R
--R           ,
--R           2
--R           (30)  y(x)y (x) + x y(x)  - 4x
--R
--R
--E 30                                         Type: Expression Integer

--S 31 of 127
yx:=solve(ode210,y,x)
--R
--R
--R           2
--R           (y(x)  - 4)%e
--R           (31)  -----
--R           2
--R
--E 31                                         Type: Union(Expression Integer,...)

```

```

--S 32 of 127
ode210expr := yx*D(yx,x)+x*yx**2-4*x
--R
--R
--R      (32)
--R      3           x  ,           4           2           x
--R      (2y(x) - 8y(x))(%e ) y (x) + (3x y(x) - 24x y(x) + 48x)(%e ) - 16x
--R
--R      -----
--R                                         4
--R
--E 32                                         Type: Expression Integer

--S 33 of 127
ode211 := y(x)*D(y(x),x)-x*exp(x/y(x))
--R
--R
--R      x
--R      -----
--R      ,           y(x)
--R      (33)  y(x)y (x) - x %e
--R
--R
--E 33                                         Type: Expression Integer

--S 34 of 127
solve(ode211,y,x)
--R
--R
--R      (34)  "failed"
--R
--E 34                                         Type: Union("failed",...)

--S 35 of 127
ode212 := y(x)*D(y(x),x)+f(x**2+y(x)**2)*g(x)+x
--R
--R
--R      ,           2           2
--R      (35)  y(x)y (x) + g(x)f(y(x) + x ) + x
--R
--R
--E 35                                         Type: Expression Integer

--S 36 of 127
solve(ode212,y,x)

```

```

--R
--R
--R      (36)  "failed"
--R
--E 36                                         Type: Union("failed",...)
--S 37 of 127
ode213 := (y(x)+1)*D(y(x),x)-y(x)-x
--R
--R
--R      ,
--R      (37)  (y(x) + 1)y '(x) - y(x) - x
--R
--R
--E 37                                         Type: Expression Integer

--S 38 of 127
solve(ode213,y,x)
--R
--R
--R      (38)  "failed"
--R
--E 38                                         Type: Union("failed",...)

--S 39 of 127
ode214 := (y(x)+x-1)*D(y(x),x)-y(x)+2*x+3
--R
--R
--R      ,
--R      (39)  (y(x) + x - 1)y '(x) - y(x) + 2x + 3
--R
--R
--E 39                                         Type: Expression Integer

--S 40 of 127
solve(ode214,y,x)
--R
--R
--R      (40)  "failed"
--R
--E 40                                         Type: Union("failed",...)

--S 41 of 127
ode215 := (y(x)+2*x-2)*D(y(x),x)-y(x)+x+1
--R
--R

```

```

--R
--R      (41)  (y(x) + 2x - 2)y '(x) - y(x) + x + 1
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 41

--S 42 of 127
solve(ode215,y,x)
--R
--R
--R      (42)  "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 42

--S 43 of 127
ode216 := (y(x)-2*x+1)*D(y(x),x)+y(x)+x
--R
--R
--R      (43)  (y(x) - 2x + 1)y '(x) + y(x) + x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 43

--S 44 of 127
solve(ode216,y,x)
--R
--R
--R      (44)  "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 44

--S 45 of 127
ode217 := (y(x)-x**2)*D(y(x),x)-x
--R
--R
--R      (45)  (y(x) - x )y '(x) - x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 45

--S 46 of 127
yx:=solve(ode217,y,x)
--R
--R

```

```

--R          2      2y(x)
--R          (2y(x) - 2x - 1)%e
--R (46)  -----
--R                      4
--R
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 46

--S 47 of 127
ode217expr := (yx-x**2)*D(yx,x)-x
--R
--R
--R (47)
--R          2      2      4      2      2y(x) 2
--R          (2y(x) + (- 4x - 1)y(x) + 2x + x )(%e )
--R
--R          +
--R          2      4      2y(x)
--R          (- 4x y(x) + 4x )%e
--R
--R          *
--R
--R          ,
--R          y (x)
--R
--R          +
--R          3      2y(x) 2      3      2y(x)
--R          (- 2x y(x) + 2x + x )(%e ) + 4x %e - 4x
--R
--R          /
--R          4
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 47

--S 48 of 127
ode218 := (y(x)-x**2)*D(y(x),x)+4*x*y(x)
--R
--R
--R          2 ,
--R          (48)  (y(x) - x )y (x) + 4x y(x)
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 48

--S 49 of 127
yx:=solve(ode218,y,x)
--R
--R
--R          2
--R          2y(x) + 2x
--R (49)  -----

```

```

--R          +---+
--R          \|y(x)
--R
--E 49                                         Type: Union(Expression Integer,...)

--S 50 of 127
ode218expr := (yx-x**2)*D(yx,x)+4*x*yx
--R
--R
--R          (50)
--R          2      4      +---+      2      2      4      ,
--R          ((2y(x) - 2x )\|y(x) - x y(x) + x y(x))y (x)
--R
--R          +
--R          2      3      +---+      3      3      2
--R          (8x y(x) + 8x y(x))\|y(x) + 8x y(x) + 4x y(x)
--R          /
--R          2 +---+
--R          y(x) \|y(x)
--R
--E 50                                         Type: Expression Integer

--S 51 of 127
ode219 := (y(x)+g(x))*D(y(x),x)-f2(x)*y(x)**2-f1(x)*y(x)-f0(x)
--R
--R
--R          ,
--R          (51)  (y(x) + g(x))y (x) - f2(x)y(x) - f1(x)y(x) - f0(x)
--R
--E 51                                         Type: Expression Integer

--S 52 of 127
solve(ode219,y,x)
--R
--R
--R          (52)  "failed"
--R
--E 52                                         Type: Union("failed",...)

--S 53 of 127
ode220 := 2*y(x)*D(y(x),x)-x*y(x)**2-x**3
--R
--R
--R          ,
--R          2      3
--R          (53)  2y(x)y (x) - x y(x) - x

```

```

--R
--R
--E 53                                         Type: Expression Integer

--S 54 of 127
yx:=solve(ode220,y,x)
--R
--R
--R
--R                                     2
--R                                     x
--R   - --
--R   (54)  (y(x)  + x  + 2)%e
--R
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 54

--S 55 of 127
ode220expr := 2*yx*D(yx,x)-x*yx**2-x**3
--R
--R
--R   (55)
--R
--R                                     2 2
--R                                     x
--R   - --
--R   (4y(x)  + (4x  + 8)y(x))(%e      ) y (x)
--R
--R   +
--R
--R                                     2 2
--R                                     x
--R   - --
--R   (- 3x y(x)  + (- 6x  - 8x)y(x)  - 3x  - 8x  - 4x)(%e      ) - x
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 55

--S 56 of 127
ode221 := (2*y(x)+x+1)*D(y(x),x)-(2*y(x)+x-1)
--R
--R
--R
--R   (56)  (2y(x) + x + 1)y (x)  - 2y(x) - x + 1
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 56

```

```

--S 57 of 127
solve(ode221,y,x)
--R
--R
--R      (57)  "failed"
--R
--E 57                                         Type: Union("failed",...)
                                         Type: Expression Integer

--S 58 of 127
ode222 := (2*y(x)+x+7)*D(y(x),x)-y(x)+2*x+4
--R
--R
--R      (58)  (2y(x) + x + 7)y '(x) - y(x) + 2x + 4
--R
--R
--E 58                                         Type: Expression Integer

--S 59 of 127
solve(ode222,y,x)
--R
--R
--R      (59)  "failed"
--R
--E 59                                         Type: Union("failed",...)

--S 60 of 127
ode223 := (2*y(x)-x)*D(y(x),x)-y(x)-2*x
--R
--R
--R      (60)  (2y(x) - x)y '(x) - y(x) - 2x
--R
--R
--E 60                                         Type: Expression Integer

--S 61 of 127
yx:=solve(ode223,y,x)
--R
--R
--R      (61)  y(x)  - x y(x) - x
--R
--E 61                                         Type: Union(Expression Integer,...)

--S 62 of 127

```

```

ode223expr := (2*yx-x)*D(yx,x)-yx-2*x
--R
--R
--R      (62)
--R      
$$(4y(x)^3 - 6x^2 y(x)^2 + (-2x^3 - 2x)y(x)^2 + 2x^3 + x^2)y'(x) - 2y(x)^3$$

--R
--R      +
--R      
$$(-2x^2 - 1)y(x)^2 + (6x^2 + 2x)y(x)^2 + 4x^3 + 3x^2 - 2x$$

--R
--E 62                                         Type: Expression Integer

--S 63 of 127
ode224 := (2*y(x)-6*x)*D(y(x),x)-y(x)+3*x+2
--R
--R
--R      ,
--R      (63)  
$$(2y(x) - 6x)y'(x) - y(x) + 3x + 2$$

--R
--E 63                                         Type: Expression Integer

--S 64 of 127
solve(ode224,y,x)
--R
--R
--R      (64)  "failed"
--R
--E 64                                         Type: Union("failed",...)

--S 65 of 127
ode225 := (4*y(x)+2*x+3)*D(y(x),x)-2*y(x)-x-1
--R
--R
--R      ,
--R      (65)  
$$(4y(x) + 2x + 3)y'(x) - 2y(x) - x - 1$$

--R
--E 65                                         Type: Expression Integer

--S 66 of 127
solve(ode225,y,x)
--R
--R
--R      (66)  "failed"

```

```

--R                                         Type: Union("failed",...)
--E 66

--S 67 of 127
ode226 := (4*y(x)-2*x-3)*D(y(x),x)+2*y(x)-x-1
--R
--R
--R
--R      (67)  (4y(x) - 2x - 3)y '(x) + 2y(x) - x - 1
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 67

--S 68 of 127
solve(ode226,y,x)
--R
--R
--R      (68)  "failed"
--R
--R                                         Type: Union("failed",...)
--E 68

--S 69 of 127
ode227 := (4*y(x)-3*x-5)*D(y(x),x)-3*y(x)+7*x+2
--R
--R
--R
--R      (69)  (4y(x) - 3x - 5)y '(x) - 3y(x) + 7x + 2
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 69

--S 70 of 127
yx:=solve(ode227,y,x)
--R
--R
--R
--R      (70)  
$$\frac{4y(x)^2 + (-6x - 10)y(x)^2 + 7x^2 + 4x}{2}$$

--R
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 70

--S 71 of 127
ode227expr := (4*yx-3*x-5)*D(yx,x)-3*yx+7*x+2
--R
--R

```

```

--R      (71)
--R      3          2          2          3
--R      64y(x) + (- 144x - 240)y(x) + (184x + 280x + 160)y(x) - 84x
--R      +
--R      2
--R      - 170x - 20x + 50
--R      *
--R      ,
--R      y (x)
--R
--R      +
--R      3          2          2          3          2
--R      - 48y(x) + (184x + 140)y(x) + (- 252x - 340x - 20)y(x) + 196x + 105x
--R      +
--R      - 48x - 16
--R      /
--R      2
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 71

--S 72 of 127
ode228 := (4*y(x)+11*x-11) *D(y(x),x)-25*y(x)-8*x+62
--R
--R
--R      ,
--R      (72)  (4y(x) + 11x - 11)y (x) - 25y(x) - 8x + 62
--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 72

--S 73 of 127
solve(ode228,y,x)
--R
--R
--R      (73)  "failed"
--R
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 73

--S 74 of 127
ode229 := (12*y(x)-5*x-8)*D(y(x),x)-5*y(x)+2*x+3
--R
--R
--R      ,
--R      (74)  (12y(x) - 5x - 8)y (x) - 5y(x) + 2x + 3
--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer

```

```

--E 74

--S 75 of 127
yx:=solve(ode229,y,x)
--R
--R
--R      2          2
--R      (75)  6y(x)  + (- 5x - 8)y(x) + x  + 3x
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 75

--S 76 of 127
ode229expr := (12*yx-5*x-8)*D(yx,x)-5*yx+2*x+3
--R
--R
--R      (76)
--R      3          2          2          3
--R      864y(x)  + (- 1080x - 1728)y(x)  + (444x  + 1332x + 672)y(x) - 60x
--R      +
--R      2
--R      - 251x  - 208x + 64
--R      *
--R      ,
--R      y (x)
--R
--R      +
--R      3          2          2          3          2
--R      - 360y(x)  + (444x + 666)y(x)  + (- 180x  - 502x - 208)y(x) + 24x  + 93x
--R      +
--R      64x - 21
--R                                         Type: Expression Integer
--E 76

--S 77 of 127
ode230 := a*y(x)*D(y(x),x)+b*y(x)**2+f(x)
--R
--R
--R      ,          2
--R      (77)  a y(x)y (x) + b y(x)  + f(x)
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 77

--S 78 of 127
solve(ode230,y,x)
--R

```

```

--R
--I
--R           x          2%I b
--R           ++          -----
--R           (b y(x)  + f(%I))%e      a
--R           ++
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 78

--S 79 of 127
ode231 := (a*y(x)+b*x+c)*D(y(x),x)+alpha*y(x)+beta*x+gamma
--R
--R
--R           (79)   (a y(x) + b x + c)y '(x) + alpha y(x) + beta x + gamma
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 79

--S 80 of 127
solve(ode231,y,x)
--R
--R
--R           (80)  "failed"
--R
--R                                         Type: Union("failed",...)
--E 80

--S 81 of 127
ode232 := x*y(x)*D(y(x),x)+y(x)**2+x**2
--R
--R
--R           ,          2      2
--R           (81)   x y(x)y '(x) + y(x)  + x
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 81

--S 82 of 127
yx:=solve(ode232,y,x)
--R
--R
--R           2      2      4
--R           2x y(x)  + x
--R           (82)  -----
--R                   4
--R
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)

```

```

--E 82

--S 83 of 127
ode232expr := x*yx*D(yx,x)+yx**2+x**2
--R
--R
--R      5   3   7   ,   4   4   6   2   8   2
--R      (8x y(x) + 4x y(x))y (x) + 12x y(x) + 16x y(x) + 5x + 16x
--R
--R      (83)  -----
--R                                         16
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 83

--S 84 of 127
ode233 := x*y(x)*D(y(x),x)-y(x)**2+a*x**3*cos(x)
--R
--R
--R      ,   3   2
--R      (84)  x y(x)y (x) + a x cos(x) - y(x)
--R
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 84

--S 85 of 127
yx:=solve(ode233,y,x)
--R
--R
--R      2   2
--R      2a x sin(x) + y(x)
--R      (85)  -----
--R             2
--R             2x
--R
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 85

--S 86 of 127
ode233expr := x*yx*D(yx,x)-yx**2+a*x**3*cos(x)
--R
--R
--R      (86)
--R      3   3   ,   2 4   2
--R      (4a x y(x)sin(x) + 2x y(x) )y (x) - 4a x sin(x)
--R
--R      +
--R      2 5           2   2           3   2           7

```

```

--R      (4a x cos(x) - 8a x y(x) )sin(x) + (2a x y(x) + 4a x )cos(x) - 3y(x)
--R      /
--R      4
--R      4x
--R
--E 86                                         Type: Expression Integer

--S 87 of 127
ode234 := x*y(x)*D(y(x),x)-y(x)**2+x*y(x)+x**3-2*x**2
--R
--R
--R      (87)  x y(x)y '(x) - y(x)  + x y(x) + x  - 2x
--R
--R
--E 87                                         Type: Expression Integer

--S 88 of 127
solve(ode234,y,x)
--R
--R
--R      (88)  "failed"
--R
--E 88                                         Type: Union("failed",...)

--S 89 of 127
ode235 := (x*y(x)+a)*D(y(x),x)+b*y(x)
--R
--R
--R      ,
--R      (89)  (x y(x) + a)y '(x) + b y(x)
--R
--R
--E 89                                         Type: Expression Integer

--S 90 of 127
yx:=solve(ode235,y,x)
--R
--R
--R      y(x)
--R      -----
--R      b      y(x)
--R      (90)  b x %e  + a Ei(-----)
--R                           b
--R
--E 90                                         Type: Union(Expression Integer,...)

```

```

--S 91 of 127
ode235expr := (x*yx+a)*D(yx,x)+b*yx
--R
--R
--R      (91)
--R
--R      y(x) 2
--R      -----
--R      3      2      b
--R      (b x y(x) + a b x )(%e      )
--R      +
--R
--R      y(x)
--R      -----
--R      2      2      y(x)      2      b
--R      ((a x y(x) + a x)Ei(-----) + a x y(x) + a )%e
--R
--R      b
--R      *
--R
--R      ,
--R      y (x)
--R
--R      +
--R      y(x) 2
--R      -----
--R      2 2      b      y(x)      2
--R      b x y(x) (%e      ) + (a b x y(x)Ei(-----) + (b x + a b)y(x))%e
--R
--R      b
--R      +
--R      a b y(x)Ei(-----)
--R
--R      b
--R      /
--R      y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 91

--S 92 of 127
ode236 := x*(y(x)+4)*D(y(x),x)-y(x)**2-2*y(x)-2*x
--R
--R
--R      (92)  (x y(x) + 4x)y (x) - y(x)  - 2y(x) - 2x
--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 92

--S 93 of 127

```

```

solve(ode236,y,x)
--R
--R
--R      (93)  "failed"
--R
--E 93                                         Type: Union("failed",...)

--S 94 of 127
ode237 := x*(y(x)+a)*D(y(x),x)+b*y(x)+c*x
--R
--R
--R      ,
--R      (94)  (x y(x) + a x)y (x) + b y(x) + c x
--R
--R
--E 94                                         Type: Expression Integer

--S 95 of 127
solve(ode237,y,x)
--R
--R
--R      (95)  "failed"
--R
--E 95                                         Type: Union("failed",...)

--S 96 of 127
ode238 := (x*(y(x)+x)+a)*D(y(x),x)-y(x)*(y(x)+x)-b
--R
--R
--R      2      ,      2
--R      (96)  (x y(x) + x  + a)y (x) - y(x)  - x y(x) - b
--R
--R
--E 96                                         Type: Expression Integer

--S 97 of 127
solve(ode238,y,x)
--R
--R
--R      (97)  "failed"
--R
--E 97                                         Type: Union("failed",...)

--S 98 of 127
ode239 := (x*y(x)-x**2)*D(y(x),x)+y(x)**2-3*x*y(x)-2*x**2
--R

```

```

--R
--R
--R      2 ,          2          2
--R      (98)  (x y(x) - x )y (x) + y(x)  - 3x y(x) - 2x
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 98

--S 99 of 127
yx:=solve(ode239,y,x)
--R
--R
--R      2   2   3   4
--R      x y(x) - 2x y(x) - x
--R      (99)  -----
--R                  2
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 99

--S 100 of 127
ode239expr := (x*yx-x**2)*D(yx,x)+yx**2-3*x*yx-2*x**2
--R
--R
--R      (100)
--R      5   3   6   2   7   4   8   5 ,   4   4
--R      (2x y(x) - 6x y(x) + (2x - 4x )y(x) + 2x + 4x )y (x) + 3x y(x)
--R
--R      +
--R      5   3   6   3   2   7   4   8   5   2
--R      - 14x y(x) + (8x - 10x )y(x) + (18x + 24x )y(x) + 5x + 14x - 8x
--R /
--R      4
--R                                         Type: Expression Integer
--E 100

--S 101 of 127
ode240 := 2*x*y(x)*D(y(x),x)-y(x)**2+a*x
--R
--R
--R      ,          2
--R      (101)  2x y(x)y (x) - y(x)  + a x
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 101

--S 102 of 127
yx:=solve(ode240,y,x)

```

```

--R
--R
--R
--R      a x log(x) + y(x)
--R      (102)  -----
--R                  x
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 102

--S 103 of 127
ode240expr := 2*x*yx*D(yx,x)-yx**2+a*x
--R
--R
--R      (103)
--R
--R      2          3 ,      2 2          2
--R      (4a x y(x)log(x) + 4x y(x) )y (x) - a x log(x)
--R
--R      +
--R      2          2 2          4          2          3
--R      (- 4a x y(x) + 2a x )log(x) - 3y(x) + 2a x y(x) + a x
--R      /
--R      2
--R      x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 103

--S 104 of 127
ode241 := 2*x*y(x)*D(y(x),x)-y(x)**2+a*x**2
--R
--R
--R      2          2
--R      (104)  2x y(x)y (x) - y(x) + a x
--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 104

--S 105 of 127
yx:=solve(ode241,y,x)
--R
--R
--R      2          2
--R      y(x) + a x
--R      (105)  -----
--R                  x
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 105

```

```

--S 106 of 127
ode241expr := 2*x*yx*D(yx,x)-yx**2+a*x**2
--R
--R
--R      3      3      ,      4      2      2      2      4
--R      (4x y(x) + 4a x y(x))y (x) - 3y(x) - 2a x y(x) + (a + a)x
--R
--R      (106)  -----
--R                                         2
--R                                         x
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 106

--S 107 of 127
ode242 := 2*x*y(x)*D(y(x),x)+2*y(x)**2+1
--R
--R
--R      ,      2
--R      (107)  2x y(x)y (x) + 2y(x) + 1
--R
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 107

--S 108 of 127
yx:=solve(ode242,y,x)
--R
--R
--R      2      2      2
--R      2x y(x) + x
--R      (108)  -----
--R                                         2
--R
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 108

--S 109 of 127
ode242expr := 2*x*yx*D(yx,x)+2*yx**2+1
--R
--R
--R      5      3      5      ,      4      4      4      2      4
--R      (8x y(x) + 4x y(x))y (x) + 12x y(x) + 12x y(x) + 3x + 2
--R
--R      (109)  -----
--R                                         2
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 109

```

```

--S 110 of 127
ode243 := x*(2*y(x)+x-1)*D(y(x),x)-y(x)*(y(x)+2*x+1)
--R
--R
--R
$$(110) \quad (2x^2 y(x)^2 + x^2 - x)y'(x) - y(x)^2 + (-2x - 1)y(x)$$

--R
--R
--E 110                                         Type: Expression Integer

--S 111 of 127
solve(ode243,y,x)
--R
--R
--R
$$(111) \quad \text{"failed"}$$

--R
--E 111                                         Type: Union("failed",...)
                                         Type: Expression Integer

--S 112 of 127
ode244 := x*(2*y(x)-x-1)*D(y(x),x)+y(x)*(2*x-y(x)-1)
--R
--R
--R
$$(112) \quad (2x^2 y(x)^2 - x^2 - x)y'(x) - y(x)^2 + (2x - 1)y(x)$$

--R
--R
--E 112                                         Type: Expression Integer

--S 113 of 127
solve(ode244,y,x)
--R
--R
--R
$$(113) \quad \text{"failed"}$$

--R
--E 113                                         Type: Union("failed",...)
                                         Type: Expression Integer

--S 114 of 127
ode245 := (2*x*y(x)+4*x**3)*D(y(x),x)+y(x)**2+112*x**2*y(x)
--R
--R
--R
$$(114) \quad (2x^3 y(x)^3 + 4x^2)y'(x) + y(x)^2 + 112x^2 y(x)$$

--R
--R
--E 114                                         Type: Expression Integer

```

```

--S 115 of 127
solve(ode245,y,x)
--R
--R
--R      (115)  "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 115

--S 116 of 127
ode246 := x*(3*y(x)+2*x)*D(y(x),x)+3*(y(x)+x)**2
--R
--R
--R      2 ,          2          2
--R      (116)  (3x y(x) + 2x )y (x) + 3y(x)  + 6x y(x) + 3x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 116

--S 117 of 127
yx:=solve(ode246,y,x)
--R
--R
--R      2   2   3   4
--R      6x y(x) + 8x y(x) + 3x
--R      (117)  -----
--R                  4
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 117

--S 118 of 127
ode246expr := x*(3*yx+2*x)*D(yx,x)+3*(yx+x)**2
--R
--R
--R      (118)
--R      5   3   6   2   7   4   8   5 ,
--R      (216x y(x)  + 432x y(x)  + (300x  + 96x )y(x) + 72x  + 64x )y (x)
--R
--R      +
--R      4   4   5   3   6   3   2   7   4
--R      324x y(x)  + 1008x y(x)  + (1200x  + 240x )y(x)  + (648x  + 384x )y(x)
--R
--R      +
--R      8   5   2
--R      135x  + 168x  + 48x
--R
--R      /
--R      16

```

```

--R                                         Type: Expression Integer
--E 118

--S 119 of 127
ode247 := (3*x+2)*(y(x)-2*x-1)*D(y(x),x)-y(x)**2+x*y(x)-7*x**2-9*x-3
--R
--R
--R
--R      (119)  ((3x + 2)y(x) - 6x2 - 7x - 2)y2(x) - y(x)2 + x y(x) - 7x2 - 9x - 3
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 119

--S 120 of 127
solve(ode247,y,x)
--R
--R
--R      (120)  "failed"
--R
--R                                         Type: Union("failed",...)
--E 120

--S 121 of 127
ode248 := (6*x*y(x)+x**2+3)*D(y(x),x)+3*y(x)**2+2*x*y(x)+2*x
--R
--R
--R
--R      (121)  (6x y(x) + x2 + 3)y2(x) + 3y(x)2 + 2x y(x) + 2x
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 121

--S 122 of 127
yx:=solve(ode248,y,x)
--R
--R
--R
--R      (122)  3x y(x)2 + (x2 + 3)y(x) + x2
--R
--R                                         Type: Union(Expression Integer,...)
--E 122

--S 123 of 127
ode248expr := (6*x*yx+x**2+3)*D(yx,x)+3*yx**2+2*x*yx+2*x
--R
--R
--R      (123)
--R          3      3      4      2      2      5      4      3

```

```

--R      108x y(x) + (54x + 162x )y(x) + (6x + 36x + 42x + 72x)y(x) + 6x
--R      +
--R      4      3      2
--R      x + 18x + 6x + 9
--R      *
--R      ,
--R      y (x)
--R      +
--R      2      4      3      3      4      3      2      2
--R      81x y(x) + (72x + 108x)y(x) + (15x + 72x + 63x + 36)y(x)
--R      +
--R      4      3      2      4      3
--R      (30x + 4x + 54x + 12x)y(x) + 15x + 4x + 8x
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 123

--S 124 of 127
ode249 := (a*x*y(x)+b*x**n)*D(y(x),x)+alpha*y(x)**3+beta*y(x)**2
--R
--R
--R      n
--R      (124)  (b x + a x y(x))y (x) + alpha y(x) + beta y(x)
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 124

--S 125 of 127
solve(ode249,y,x)
--R
--R
--R      (125)  "failed"
--R
--R                                         Type: Union("failed",...)
--E 125

--S 126 of 127
ode250 := (B*x*y(x)+A*x**2+a*x+b*y(x)+c)*D(y(x),x)-B*g(x)**2+_
A*x*y(x)+alpha*x+beta*y(x)+gamma
--R
--R
--R      (126)
--R      2
--R      ((B x + b)y(x) + A x + a x + c)y (x) + (A x + beta)y(x) - B g(x)
--R
--R      +
--R      alpha x + gamma

```

```
--R                                         Type: Expression Integer
--E 126

--S 127 of 127
solve(ode250,y,x)
--R
--R
--R      (127)  "failed"
--R                                         Type: Union("failed",...)
--E 127

)spool
)lisp (bye)
```

## References

- [1] <http://www.cs.uwaterloo.ca/~ecterrab/odetools.html>